Modelowanie przepływu cieczy przez ośrodki porowate
Wykład VI

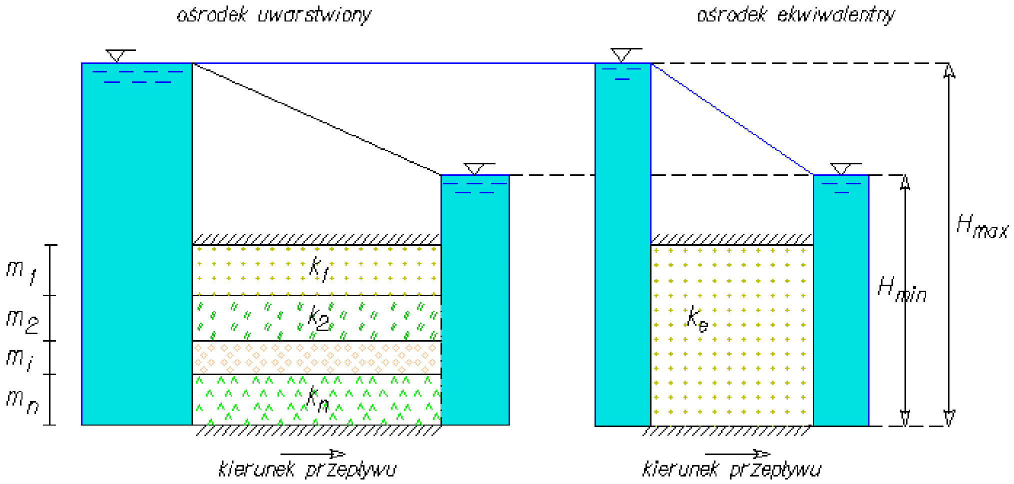
ROZWIAZANIA ZAGADNIEŃ PRZEPŁYWU FILTRACYJNEGO METODAMI ANALITYCZNYMI.

6.1 Zagadnienia jednowymiarowe filtracji.

6.1.1 Określenie średniego współczynnika filtracji dla przepływu przez ośrodek ekwiwalentny w odniesieniu do ośrodka uwarstwionego.

Przypadek I

Rozważmy poziomo uwarstwioną warstwę przepuszczalną składającą się z n warstw o różnym współczynniku filtracji k – rys. 13



Rys. 13 Przepływ przez ośrodek złożony z kilku warstw ułożonych równolegle do kierunku przepływu
a) ośrodek uwarstwiony, b) ośrodek ekwiwalentny.

Przepływ wywołany różnicą wysokości hydraulicznych ΔH pomiędzy przekrojami A i B odbywa się przez poszczególne warstwy w kierunku równoległym do warstw. Oznaczając $m_1, m_2, ...m_n$ miąższość poszczególnych warstw oraz przez $k_1, k_2, ...k_n$ ich współczynniki przepuszczalności, możemy korzystając z prawa Darcy'ego obliczyć wydatek przepływającej przez 1mb każdej z warstw wzorami.

$$\begin{aligned} Q_1 &= F_1 v_1 = m_1 1 k_1 I_1, \\ Q_2 &= F_2 v_2 = m_2 1 k_2 I_{2,} \\ &\vdots \\ Q_n &= F_n v_n = m_n 1 k_n I_n. \end{aligned} \tag{6.1}$$

Ponieważ, spadek hydrauliczny dla każdej z warstw jest jednakowy, równy $\Delta H/L$, gdzie L jest to odległość pomiędzy przekrojami A i B, wydatek dowolnej $i-tej$ warstwy wynosi:

$$Q_i = m_i k_i I \,. \tag{6.2}$$

Rozważmy następnie ekwiwalentny ośrodek porowaty poddany działaniu takiego samego spadku hydraulicznego I oraz spełniającego warunek, że wydatek całkowity przepływający przez ten ośrodek jest równy sumie wydatków przepływających przez wszystkie n warstw ośrodka uwarstwionego:

$$Q = \sum_{1}^{n} Q_i \,. \tag{6.3}$$

Ponieważ zgodnie z prawem Darcy'ego przepływ przez ten ośrodek możemy określić wzorem:

$$Q = I k_e \sum_{1}^{m} m_i \,, \tag{6.4}$$

można zapisać zależność:

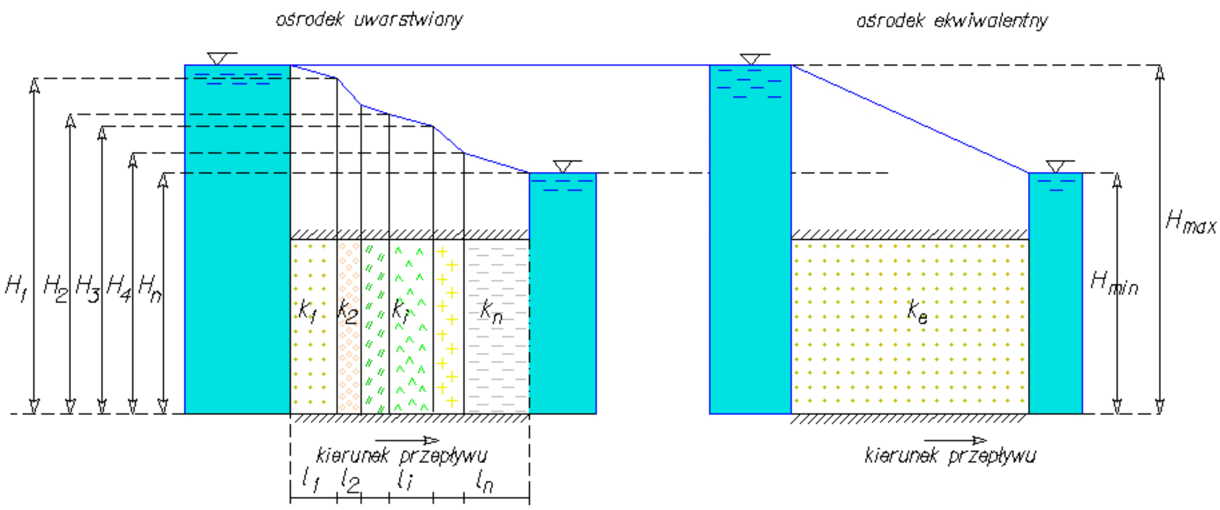
$$I k_e \sum_{i=1}^{n} m_i = I \sum_{i=1}^{n} m_i k_i \,. \tag{6.5}$$

Z zależności (6.5) można obliczyć wartość średnią współczynnika filtracji Darcy'ego k_e dla ośrodka ekwiwalentnego wzorem:

$$k_e = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i k_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \tag{6.6}$$

Przypadek II.

Rozważmy pionowo uwarstwioną warstwę przepuszczalną składającą się z n warstw o różnym współczynniku filtracji k – rys. 14



Rys. 14. Przepływ przez ośrodek złożony z kilku warstw ułożonych równolegle do kierunku przepływu
a) ośrodek uwarstwiony, b) ośrodek ekwiwalentny.

Przepływ wywołany różnicą wysokości hydraulicznych ΔH pomiędzy przekrojami A i B odbywa się przez poszczególne warstwy w kierunku prostopadłym do warstw. Oznaczając $l_1, l_2, ...l_n$ szerokości poszczególnych warstw oraz przez $k_1, k_2, ...k_n$ ich współczynniki przepuszczalności, możemy korzystając z prawa Darcy'ego obliczyć prędkość filtracji przepływającej przez 1mb każdej z warstw wzorami:

$$\begin{aligned} v_1 &= k_1 I_1, \\ v_2 &= k_2 I_2, \\ &\vdots \\ v_n &= k_n I_n. \end{aligned} \tag{6.7}$$

Ponieważ w obszarze filtracji nie ma źródeł cieczy, a zakładamy, że zarówno ośrodek porowaty, jak i ciecz jest nieściśliwa, wydatek przepływający przez dowolny przekrój prostopadły do kierunku przepływu jest taki sam, więc:

$$Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_n = Q \,. \tag{6.8}$$

Ponieważ miąższość wszystkich warstw jest stała, równa m, więc również prędkość przepływu przez każdą z warstw jest jednakowa:

$$v_1 = v_2 = \cdots = v_n = v \,. \tag{6.9}$$

Przyjmując wartość prędkości przez poszczególne warstwy równą v możemy obliczyć spadek hydrauliczny przypadający na każdą z warstw:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{v}{k_1}, \\ I_2 &= \frac{v}{k_2}, \\ &\vdots \\ I_n &= \frac{v}{k_n}. \end{aligned} \tag{6.10}$$

Wiemy, że spadek całkowity pomiędzy przekrojami A i B wynosi I, więc:

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i \,. \tag{6.11}$$

Dla ośrodka ekwiwalentnego zakładamy taką samą prędkość filtracji cieczy przepływającej przez dowolny przekrój prostopadły do kierunku przepływu ośrodka uwarstwionego:

$$v = k_e I \,. \tag{6.12}$$

Stąd uzyskujemy równanie:

$$\frac{v}{k_e} = \sum_{i=1}^{n} \frac{v}{k_i} . \tag{6.13}$$

Na podstawie równania (6.13) możemy obliczyć wartość średnią współczynnika filtracji k_e dla ośrodka ekwiwalentnego wzorem:

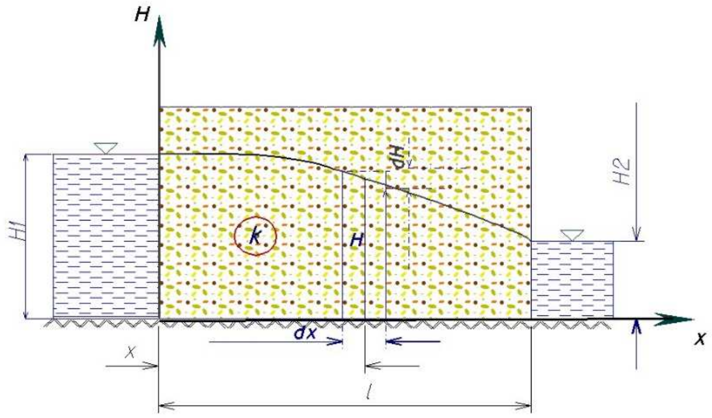
$$k_e = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}} . \tag{6.14}$$

Jak widać, ekwiwalentny współczynnik filtracji jest średnią geometryczną z wartości współczynników filtracji ośrodka jednorodnego. Powyższy przykład jest analizowany metodą teorii homogenizacji w rozdziale VI. Dla przypadków ośrodka niejednorodnego, bardziej skomplikowanego niż przypadki analizowane powyżej, należy stosować bardziej złożone narzędzia matematyczne oparte na twierdzeniach teorii homogenizacji.

6.2 Przykłady rozwiązań zadań dwuwymiarowych w oparciu o aproksymację Dupuit .

6.2.1 Zagadnienia przepływu ustalonego przy zasilaniu bocznym - przepływ wody przez groblę.

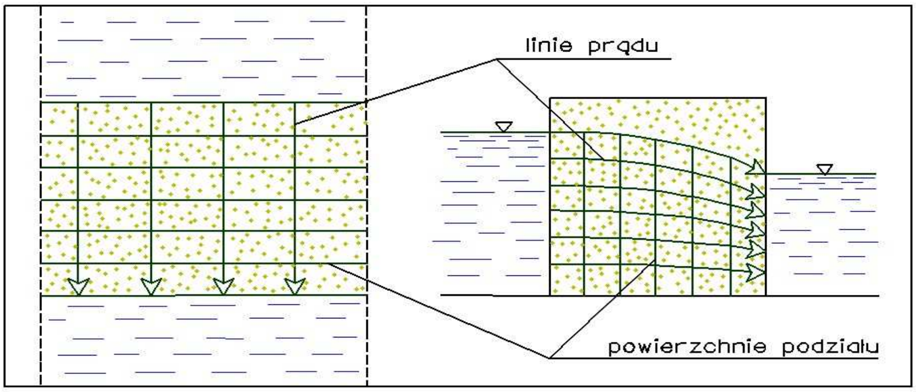
Grobla zbudowana z gruntu jednorodnego i izotropowego o współczynniku filtracji k spoczywa na poziomo ułożonym stropie warstwy nieprzepuszczalnej (rys. 15).



Rys. 15 Schemat zadania – przepływ wody przez groblę.

Szerokość grobli wynosi 1m, natomiast długość l. Poziom wody po jednej stronie grobli wynosi H_1, natomiast po drugiej H_2. Przepływ wody przez groblę jest ustalony. Wyznaczymy poziom zwierciadła wody w grobli oraz wydatek przepływającej przez groblę wody.

Linie prądu w tym przypadku wyglądają tak, jak to pokazano na (rys. 16).



Rys. 16 Linie prądu i powierzchnie przekroju.

Widać więc, że podział obszaru filtracji przekrojami pionowymi prostopadłymi do brzegu nieprzepuszczalnego odpowiada założeniom teorii Dupuit. Prędkość filtracji w odległości x od początku układu współrzędnych wyniesie:

$$v = k\frac{dH}{dx}. \tag{6.15}$$

Wydatek przypadający na 1mb grobli jest równy:

$$q = Fv = kH\frac{dH}{dx} = const\,. \tag{6.16}$$

Rozwiązując powyższe równanie różniczkowe zwyczajne metodą rozdzielenia zmiennych, otrzymamy:

$$H = \sqrt{\left(-\frac{2q}{k}x + c\right)}. \tag{6.17}$$

Uwzględniając warunek brzegowy:

dla $x = 0;\ H = H_1$

oraz $x = l;\ H = H_2$,

wyznaczymy stałe c oraz wydatek q w równaniu (6.17):

$$c = H_1^2,$$

$$q = \frac{k}{2l}\left(H_1^2 - H_2^2\right). \tag{6.18}$$

Równanie opisujące powierzchnię swobodną zwierciadła wody ma więc w postać:

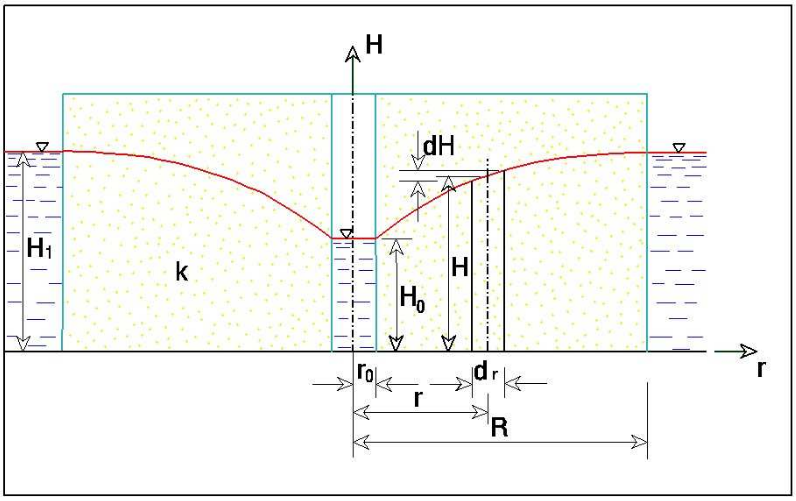
$$H = \sqrt{-\left(H_1^2 - H_2^2\right)\frac{x}{l} + H_1^2}\,. \tag{6.19}$$

Rozkład prędkości filtracji wzdłuż drogi przepływu przedstawia się następująco:

$$v = \frac{k}{2l}\frac{H_1^2 - H_2^2}{\sqrt{H_1^2 - \left(H_1^2 - H_2^2\right)\frac{x}{l}}} . \qquad (6.20)$$

6.2.2 Dopływ do studni w warstwie o zwierciadle swobodnym przy zasilaniu bocznym.

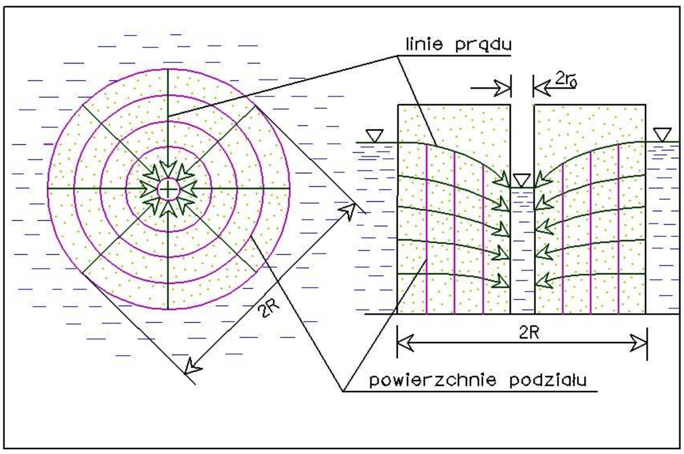
Rozwiążemy dopływ do studni o zwierciadle swobodnym (rys.17) przy następujących założeniach:



Rys. 17 Schemat zadania – dopływ cieczy nieściśliwej do studni.

- studnia o promieniu r leży na środku wyspy o promieniu R,
- warstwa wodonośna o współczynniku filtracji k jest jednorodna i izotropowa,
- strop warstwy nieprzepuszczalnej jest ułożony poziomo,
- studnia sięga spągu warstwy przepuszczalnej (studnia zupełna) i jest do niej prostopadła,
- przed pompowaniem zwierciadło cieczy jest poziome,
- na brzegach wyspy poziom wody względem stropu warstwy nieprzepuszczalnej wynosi H_1,
- w studni H_0,
- przepływ jest ustalony i laminarny.

Zaznaczmy na rys. 18 przebieg linii prądu dla rozwiązywanego zadania.



Rys18. Przebieg linii prądu.

Obszar filtracji w tym przypadku podzielimy pionowymi, współosiowymi ze studnią powierzchniami. Prędkość filtracji w odległości r od osi studni wyniesie:

$$v = k\frac{dH}{dr},$$

wydatek natomiast będzie równy:

$$Q = 2\pi r H k\frac{dH}{dr}.$$

Rozwiązując powyższe równanie różniczkowe metodą rozdzielenia zmiennych otrzymamy:

$$H = \sqrt{\frac{Q}{\pi k}\ln r + c}\,. \qquad (6.21)$$

Warunki brzegowe dla rozpatrywanego przypadku są następujące:

dla $r = r_0;\ \ H = H_0$

oraz $r = R;\ \ H = H_1.$

Uwzględniając powyższe warunki uzyskujemy równanie opisujące powierzchnię zwierciadła wody w postaci:

$$H = \sqrt{H_1^2 - \left(H_1^2 - H_0^2\right)\frac{\ln\frac{r}{r_0}}{\ln\frac{R}{r_0}}} \qquad (6.22)$$

oraz wzór na wydatek dopływającego do studni:

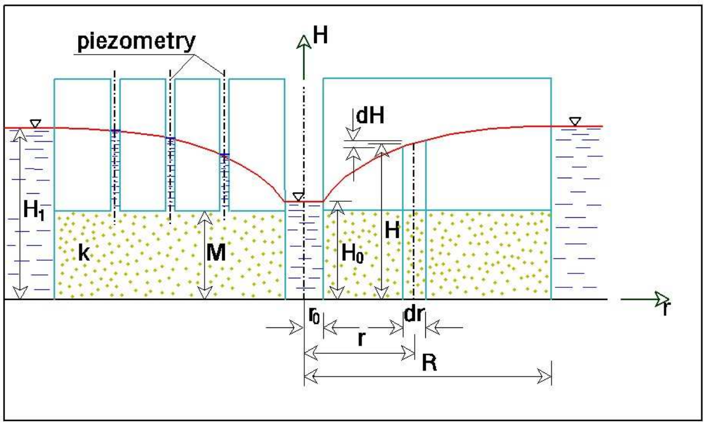
$$Q = \frac{\pi k\left(H_1^2 - H_0^2\right)}{\ln\frac{R}{r_0}}, \qquad (6.23)$$

natomiast prędkość filtracji wyrazi się wzorem:

$$v = \frac{k\left(H_1^2 - H_0^2\right)}{2r\ln\frac{R}{r_0}\sqrt{H_1^2 - \left(H_1^2 - H_0^2\right)\frac{\ln\frac{R}{r}}{\ln\frac{R}{r_0}}}}\,. \qquad (6.24)$$

6.2.3. Dopływ do studni w warstwie o zwierciadle napiętym.

Zadanie rozwiążemy przy założeniach z przykładu poprzedniego (podrozdz. VII. 2.2) z tym, że w miejsce trzeciego założenia dajemy założenie następujące: warstwa wodonośna o stałej miąższości M jest ułożona poziomo (rys. 7.7).



Rys. 19 Schemat zadania – dopływ do studni w warstwie o zwierciadle napiętym.

Łatwo zauważyć, że, podobnie jak w przykładzie rozwiązanym poprzednio (podrozdz.VII. 2.2) obszar filtracji można podzielić pionowymi, współosiowymi powierzchniami (rys. 19). Prędkość filtracji w odległości r od studni napiszemy zgodnie z teorią Dupuit w postaci:

$$v = k\frac{dH}{dr}.$$

Równanie ciągłości przepływu ma postać:

$$Q = 2\pi rMk\frac{dH}{dr}. \qquad (6.25)$$

Rozwiązanie tego równania ma postać:

$$H = \frac{Q}{2\pi Mk}\ln r + c. \qquad (6.26)$$

Warunki brzegowe dla rozpatrywanego przypadku są następujące:

dla $r = r_0; \quad H = H_0$

oraz $r = R; \quad H = H_1.$

Ostatecznie rozwiązanie zadania po uwzględnieniu warunków brzegowych ma postać:

1. równania opisującego linię piezometryczną ciśnień:

$$H = \frac{Q}{2\pi kM}\ln\frac{r}{r_0} + H_0; \qquad (6.27)$$

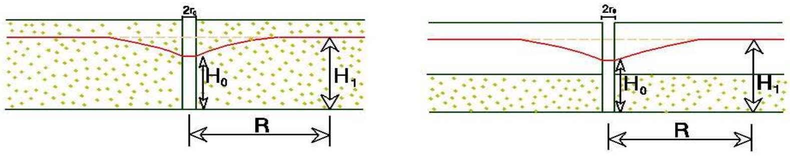
2. wydatku dopływającej do studni wody:

$$Q = \frac{2\pi kM\left(H_1 - H_0\right)}{\ln\frac{R}{r_0}}; \qquad (6.28)$$

3. rozkładu prędkości wzdłuż drogi filtracji:

$$v = \frac{k\left(H_1 - H_0\right)}{r \ln \frac{R}{r_0}} . \tag{6.29}$$

Wzory stanowiące rozwiązania w poprzednich podrozdziałach [VII.2.1 do VII.2.3] stosuje się często w praktyce inżynierskiej nie tylko do obliczania studni będących w środku wyspy otoczonej wodą, lecz również w przypadkach schematów przedstawionych na rys. 7.8.



Rys. 7.8. Schematy dopływu wody do studni.

Do obliczeń potrzebna jest w tym przypadku znajomość zasięgu leja depresji R. Określa się ją przy pomocy wzorów empirycznych. Do najczęściej stosowanych zalicza się:

- wzór Sichardta – dla studni o zwierciadle napiętym:

$$R = 3000 s \sqrt{k} \ , \tag{6.30}$$

gdzie
$s = H_1 - H_0 \Rightarrow$ depresja w [m],
k $\Rightarrow$ współczynnik filtracji w [m/s],
R $\Rightarrow$ promień zasięgu leja depresji w [m];

- wzór Kusakina – dla studni o zwierciadle swobodnym:

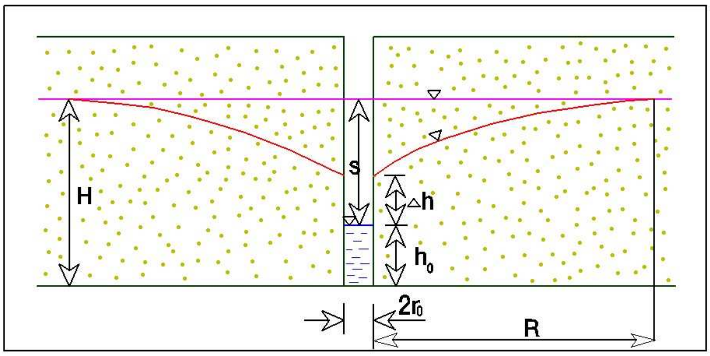
$$R = 575 s \sqrt{kH} \ , \tag{6.31}$$

gdzie
$s = H_1 - H_0 \Rightarrow$ depresja w [m],
k $\Rightarrow$ współczynnik filtracji w [m/s],
R $\Rightarrow$ promień zasięgu leja depresji w [m],
H $\Rightarrow$ średnia miąższość warstwy wodonośnej w [m].

Korzystanie z powyższych wzorów wymaga dużej ostrożności. Trzeba pamiętać, że powinny być spełnione warunki określone założeniami teorii Dupuita, więc zakres stosowania ich jest wąski. Szczególnie, gdy depresja s jest duża, powinno wykorzystywać się rozwiązanie wynikające z teorii lepiej opisującej rzeczywistość.

6.2.4 Zeskok hydrauliczny.

W przypadku występowania swobodnego zwierciadła wody na powierzchni stanowiącej granicę obszaru filtracji, przez którą następuje wypływ wody, powstaje uskok hydrauliczny. Jest to różnica między poziomem zwierciadła wody w obszarze filtracji przy wypływie a poziomem wody poza tym obszarem (rys. 7.9).



Rys. 20. Zeskok hydrauliczny.

W oparciu o teorię Dupuit nie da się określić wielkości zeskoku hydraulicznego z równań teorii. Dlatego w przypadku stosowania tej teorii wielkość uskoku hydraulicznego ΔH określana jest na podstawie licznych wzorów empirycznych. Dla przykładu dla studni zupełnej można obliczyć wartość ΔH w oparciu o wzór (6.32) [Czarnego, 1948]:

$$\Delta H = \sqrt{\frac{Q}{k}\left(0{,}73\ln\left(\frac{\sqrt{\frac{Q}{k}}}{r_0} - 0{,}5\right) + H_0^2\right)} - H_0, \qquad (6.32)$$

gdzie:

$Q \Rightarrow$ wydatek studni $\left[m^3/s\right]$,

$k \Rightarrow$ współczynnik filtracji $\left[m/s]\right]$,

$r_0 \Rightarrow$ promień studni [m],

$H_0 \Rightarrow$ poziom wody w studni [m].

Orientacyjnie uskok hydrauliczny dla studni można obliczyć z prostszego wzoru empirycznego:

$$\Delta H = \frac{0{,}005 s^2}{M}, \qquad (6.33)$$

gdzie:

$\Delta H \Rightarrow$ uskok hydrauliczny [m],

$s \Rightarrow$ depresja [m],

$M \Rightarrow$ miąższość warstwy wodonośnej [m].

6.3 Dopływ do studni niezupełnych.

Najczęściej stosowane wzory na obliczenie dopływu do studni niezupełnych można podzielić na dwie grupy:

- wzory uwzględniające niezupełność studni poprzez poprawkę określoną na drodze doświadczalnej,
- wzory analityczne wyprowadzone przy założeniu, że w pewnym obszarze przepływ ma charakter sferyczny

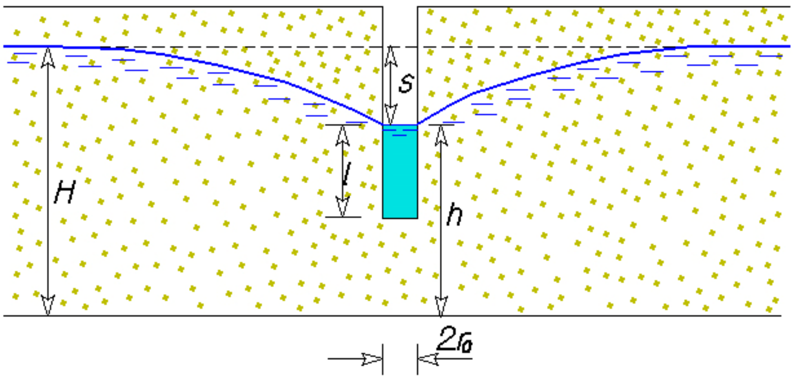
Wzory analityczne dają na ogół dokładniejsze wyniki, lecz ze względu na ich dużą liczbę nie będą w niniejszej pracy cytowane. Czytelnik znajdzie je w innych monografiach [Wieczystego, 1982], [Pazdro, 1983] oraz w [Poradniku Hydrogeologa, 1971]. Podany zostanie wzór na obliczenie dopływu do studni niezupełnej Q_{nz} z poprawką Ph. Forchheimera:

$$Q_{nz} = Q_z b \, , \tag{6.34}$$

gdzie:

$Q_z \Rightarrow$ wydatek studni zupełnej w analogicznych warunkach hydrogeologicznych,

$b \Rightarrow$ poprawka Forchheimera.



Rys. 21 Studnia niezupełna w warstwie o zwierciadle swobodnym.

Wartość poprawki dla studni w warstwie o zwierciadle swobodnym (rys. 8.10) przy spełnieniu warunku $\frac{1}{3}(H-s) \leq l$ wynosi:

$$b = \sqrt{\frac{l}{h}} \sqrt{2 - \frac{l}{h}} \, , \tag{6.35}$$

Tak więc wydatek Q_{nz} będzie równy:

$$Q = \frac{\pi k \left(H_1^2 - H_0^2\right)}{\ln \frac{R}{r_0}} b \, . \tag{6.36}$$

W przypadku, gdy $\frac{1}{3}(H-s) > l$ przyjmuje się, że strop warstwy nieprzepuszczalnej zalega na głębokości H_a, zwanej miąższością strefy aktywnej. **E.A. Zamarin** zaleca przyjmować H_a w zależności od depresji studni (tabela 7.1)

Tabela 7.1

$s/(s+l)$	0,2	0,3	0,5	0,8	1,0
$H_a/(s+l)$	1,3	1,5	1,7	1,85	2,0

Po określeniu H_a obliczamy $h_a = H_a - s$ i wstawmy do wzoru (6.36) zamiast H_1 i H_0.

Wartość poprawki Ph. Forchheimera dla studni w warstwie o zwierciadle napiętym wynosi:

$$b = \sqrt{\frac{l}{M}} \sqrt[4]{2 - \frac{l}{M}}, \tag{6.37}$$

gdzie:

$M \Rightarrow$ miąższość warstwy wodonośnej,

$l \Rightarrow$ długość filtra.

Wydatek studni niezupełnej jest, zatem równy:

$$Q_{nz} = \frac{2\pi Mks}{\ln \frac{R}{r_0}} \sqrt{\frac{l}{M}} \sqrt[4]{2 - \frac{l}{M}}. \tag{6.38}$$

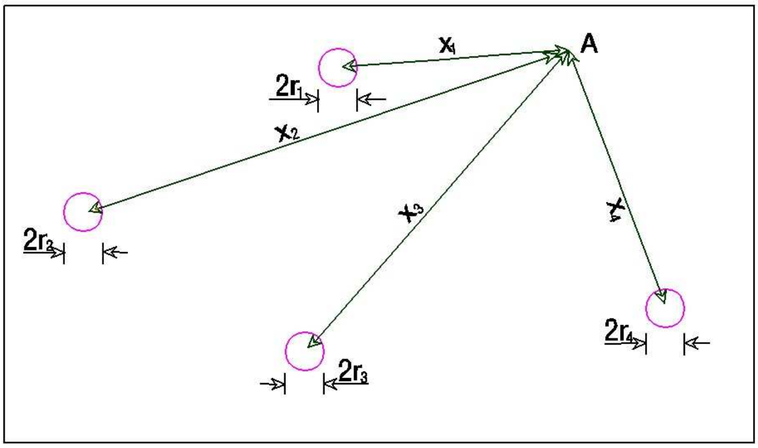
Jeżeli miąższość warstwy wodonośnej jest duża, to należy określić miąższość strefy aktywnej H_a wg. relacji Zamarina [ ] i we wzorze (6.38) w miejsce M wstawimy H_a.

6.4 Współdziałanie studni.

W praktyce inżynierskiej bardzo często występuje problem określenia kształtu powierzchni zwierciadła wody podziemnej (lub piezometrycznej powierzchni ciśnień) w otoczeniu studni współdziałających, bądź obliczenia ich wydajności. Poniżej przedstawiona zostanie jedna z wielu metod obliczania studni współdziałających. Jest to metoda P. Forchheimera szczególnie chętnie stosowana przy projektowaniu systemów odwadniających, których zadaniem jest utrzymanie stałego obniżenia zwierciadła wody podziemnej.

Założenia tej metody są następujące:

- w warstwie wodonośnej o swobodnym zwierciadle wody zlokalizowano n studni w odległościach umożliwiających wzajemny wpływ na siebie,
- spąg warstwy wodonośnej jest poziomy,
- studnie są zupełne i prostopadłe do spągu warstwy wodonośnej,
- warstwa wodonośna o współczynniku filtracji k jest jednorodna i izotropowa,
- przed pompowaniem zwierciadło wody jest poziome,
- woda pompowana jest ze wszystkich studni tak długo, że przepływ jest ustalony,
- przepływ wody podziemnej jest laminarny,
- zakłada się słuszność rozwiązania zagadnienia dopływu do studni w warstwie o zwierciadle swobodnym.



Rys. 21 Współdziałanie studni w warstwie o zwierciadle swobodnym.

Metoda Ph. Forchheimera bazuje na twierdzeniu, że jeśli dla każdej z n studni pracujących oddzielnie zwierciadło wody podziemnej opisują równania:

$$y_1^2 = f_1(x,y); \quad y_2^2 = f_2(x,y); \quad ....; \quad y_n^2 = f_n(x,y),$$

to równanie opisujące powierzchnię zwierciadła wody, gdy wszystkie studnie pracują równocześnie i oddziałują na siebie ma postać:

$$y^2 = \sum_{i=1}^{n} f_i(x,y) + c\,. \qquad (6.39)$$

Stałą c wyznacza się w tym równaniu z warunków brzegowych występujących na granicy zasilania. Zgodnie ze wzorami (6.21) i (6.22) dla studni pracującej oddzielnie w warunkach przepływu swobodnego, równanie opisujące powierzchnię zwierciadła wody ma postać:

$$H^2 = H_0^2 + \frac{Q}{\pi k}\ln\frac{r}{r_0}\,.$$

Dla każdej z n studni działającej nie zależnie (rys. 7.11) możemy zapisać:

$$y_1^2 = H_{01}^2 + \frac{Q_1}{\pi k}\ln\frac{r_i}{r_{01}}\,,$$

$$y_2^2 = H_{01}^2 + \frac{Q_1}{\pi k}\ln\frac{r_2}{r_{02}}\,,$$

..................,

$$y_i^2 = H_{0i}^2 + \frac{Q_i}{\pi k}\ln\frac{r_i}{r_{0i}}\,,$$

....................,

$$y_n^2 = H_{0n}^2 + \frac{Q_n}{\pi k}\ln\frac{r_n}{r_{0n}}\,,$$

gdzie:

- H_{0i} oznacza głębokość studni w i-tej studni,
- y_i to poziom zwierciadła wody w dowolnym punkcie A oddalonym o promień r_i od środka i-tej studni, gdyby pracowała ona samodzielnie,
- Q_i określa wydatek i-tej studni,
- r_i oznacza odległość punktu A od środka i-tej studni,
- k to współczynnik filtracji,
- r_{0i} określa promień i-tej studni.

Dla studni oddziaływujących zgodnie z powyższymi wzorami równanie zwierciadła wody przyjmie postać:

$$y^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{\pi k}\ln\frac{r_i}{r_{0i}} + c\,. \qquad (6.40)$$

Stałą c można wyznaczyć biorąc pod uwagę punkt B leżący na granicy wpływu systemu wszystkich studni. Dla tego punktu odległości pomiędzy studniami są małe w porównaniu z odległością do tego punktu, co pozwala założyć, że $x_1 = x_2 = ... = x_n = R$. Uwzględniając warunek, że w odległości R $y = H$ dostajemy:

$$c = \sqrt{H^2 - \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{\pi k} \ln \frac{R}{r_i}} \,,$$

wstawiając stałą c do równania (6.40) mamy:

$$y = \sqrt{H^2 - \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{\pi k} \ln \frac{R}{r_i}} \,. \tag{6.41}$$

W najprostszym przypadku można przyjąć, ze wydatki poszczególnych studni są jednakowe:

$$Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_i = \cdots = Q_n = Q \,.$$

Wówczas powierzchnię zwierciadła swobodnego wód gruntowych opisuje równanie:

$$y = \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi k}\left(n \ln R - \ln\left(r_1 r_2 \cdots r_n\right)\right)} \,. \tag{6.42}$$

Jeśli z kolei założymy, że znamy w pewnym określonym punkcie A, znajdującym się w obszarze oddziaływania studni, wartość y_A określającą położenie zwierciadła wody, to na podstawie (6.42) możemy określić wydatek Q, jaki powinna mieć każda studnia:

$$Q = \frac{\pi k\left(H^2 - y_A^2\right)}{n \ln R - \ln\left(x_1 x_2 \cdots x_n\right)} \,, \tag{6.43}$$

a tym samym wydatek całego ujęcia wynosi:

$$Q_c = nQ \,. \tag{6.44}$$

W przypadku reżimu przepływu pod ciśnieniem postępujemy analogicznie jak w przypadku przepływu swobodnego wykorzystując zasadę superpozycji.