Modelowanie przepływu cieczy przez ośrodki porowate

Wykład IV

Model 2D dla przypadku przepływu cieczy nieściśliwej przez pory nieodkształcalnego szkieletu.

4.1. Funkcja potencjału prędkości.

Rozwiązanie konkretnego zagadnienia przepływu filtracyjnego powinno być traktowane jako zadanie trójwymiarowe. Jednak rozwiązanie szeregu zagadnień metodami analitycznymi nastręcza duże trudności, a w przypadku metod numerycznych jesteśmy ograniczeni wielkością pamięci maszyn matematycznych. Dlatego rozpatrujemy często przepływ w określonym przekroju zakładając, że w pobliżu tego przekroju własności ośrodka, geometria układu warstw, a więc i parametry przepływu są w przybliżeniu takie same. Wówczas składowa prędkość normalna do przekroju jest równa zero.

Jeżeli w zasięgu rozpatrywanego obszaru zmienia się układ warstw lub własności ośrodka, wówczas można rozwiązać zagadnienie w kilku przekrojach, przyjmując jednakże do obliczeń zawsze schemat dwuwymiarowy.

W przypadku płaskiego przepływu filtracji równanie przepływu cieczy nieściśliwej przez ośrodek jednorodny izotropowy można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}=0 \qquad (4.1)$$

lub

$$\nabla^2\Phi=0\,. \qquad (4.2)$$

Równanie jest ważne w przypadku, gdy rozpatrujemy przepływ przez ośrodek jednorodny i izotropowy. Rozwiązaniem równania (4.2) jest funkcja potencjału prędkości $\Phi(x,y)$. Przyrównując funkcję Φ do stałej C, takiej, że

$$kH_2 \le |C| \le kH_1\,, \qquad (4.3)$$

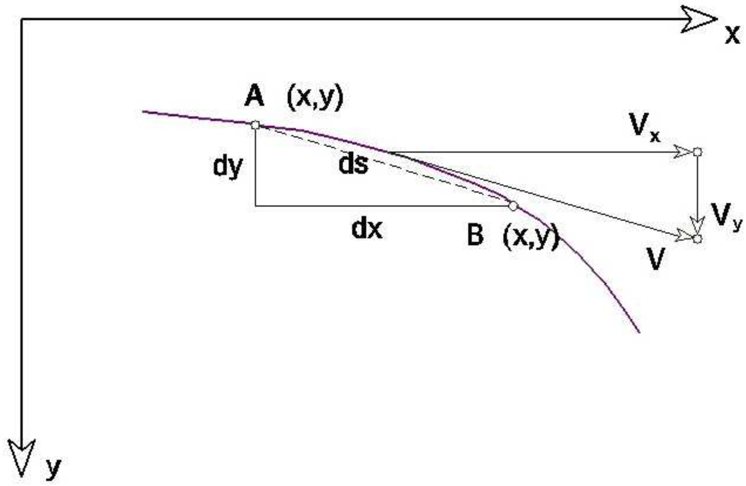
gdzie H_1 i H_2 są to ekstremalne wysokości hydrauliczne na brzegach obszaru filtracji wywołujące przepływ wody w rozpatrywanym obszarze, to dla:

$$\Phi(x,y)=C=const \qquad (4.4)$$

dostajemy równanie linii jednakowego potencjału C, który będziemy nazywać powierzchnią ekwipotencjalną.

4.2. Funkcja prądu.

Przepływ filtracyjny odbywa się wzdłuż linii normalnych do powierzchni ekwipotencjalnych. Wykażemy, że jest tak w rzeczywistości. W przypadku przeciwnym, gdyby linia prądu nie była normalna do linii ekwipotencjalnych, można by określić składową prędkości przepływu styczną do powierzchni ekwipotencjalnej.



Rys. 5 Związek dla linii prądu.

J

Jak wynika z (4.4) gradient hydrauliczny wzdłuż powierzchni ekwipotencjalnej jest równy zeru, więc zerowemu gradientowi hydraulicznemu odpowiedałaby skończona wartość prędkości filtracji, co sprzeczne jest z prawem Darcy. Rozpatrzymy dla przykładu pewien odcinek linii prądu, (linia poprowadzona w polu prędkości filtracji w ten sposób, że styczne do niej w każdym punkcie wskazują kierunek wektora prędkości) na rys. 5. Weźmy dwa punkty [A(x, y) i B(x, y)] znajdujące się na linii prądu i oddalone od siebie o nieskończenie mały odcinek ds.

Z punktu A przeprowadzimy styczną do linii prądu i wzdłuż niej określimy obraz graficzny wektora prędkości $\vec{v}$ w punkcie A(x, y). Rzutując wektor na kierunek poziomy i pionowy, dostaniemy współrzędne wektora $\vec{v}_x$ i $\vec{v}_y$. Wektor $\vec{v}$ wraz ze współrzędnymi $\vec{v}_x$ i $\vec{v}_y$ tworzy trójkąt prostokątny ADE.

Ponieważ punkt B znajduje się nieskończenie blisko punktu A, można przyjąć z dokładnością do małych wyższego rzędu, że styczna AE pokrywa się z sieczną AB, więc $\Delta ADE \approx \Delta ABC$.

Stąd mamy:

$$\frac{v_x}{v_y} = \frac{dx}{dy}. \tag{4.5}$$

Równanie (4.5) można zapisać inaczej:

$$-v_x dy + v_y dx = 0\,, \tag{4.6}$$

ale które powinno być spełnione w dowolnym punkcie linii prądu.

Załóżmy, że istnieje funkcja $\Psi\left(x, y\right)$ określona w obszarze filtracji, taka że różniczka zupełna tej funkcji wynosi:

$$d\Psi = v_y dx - v_x dy\,. \tag{4.7}$$

Jak wiemy, warunkiem koniecznym i wystarczającym na istnienie różniczki zupełnej w postaci:

$$dF = F_1 dx + F_2 dy \tag{4.8}$$

jest warunek:

$$\frac{\partial F_1}{\partial y} = \frac{\partial F_2}{\partial x}. \tag{4.9}$$

W naszym przypadku:

$$F_1 = v_y, \quad F_2 = -v_x, \tag{4.10}$$

więc, aby istniała różniczka zupełna w postaci (4.8), powinien być spełniony warunek:

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{\partial v_x}{\partial x}, \tag{4.11}$$

co możemy zapisać inaczej w postaci:

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0. \tag{4.12}$$

Równanie (4.12) jest równaniem ciągłości przepływu dla przypadku przepływu płaskiego (v_z = 0). Wykazaliśmy więc, że istnieje różniczka zupełna funkcji w postaci (4.8). Wyraźmy pochodne cząstkowe funkcji Ψ przy pomocy składowych wektorów prędkości.
Ponieważ różniczkę zupełną funkcji Ψ można zapisać w postaci:

$$d\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Psi}{\partial y} dy, \tag{4.13}$$

dostajemy:

$$v_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \qquad v_y = \frac{\partial \Psi}{\partial x}. \tag{4.14}$$

Z równania (4.6) wynika, że dla każdej linii prądu:

$$d\Psi = 0, \tag{4.15}$$

więc linię prądu określa równanie:

$$\Psi(x, y) = const, \tag{4.16}$$

dlatego funkcję Ψ będziemy nazywali **funkcją prądu**.

Zbadajmy relację funkcji prądu Ψ i funkcji potencjału Φ. W tym celu skorzystamy ze związków:

$$v_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{i} \quad v_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x},$$

$$v_y = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{i} \quad v_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y},$$

stąd dostaniemy:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = -\frac{\partial\Psi}{\partial y}\,, \tag{4.17}$$

i

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y} = \frac{\partial\Psi}{\partial x}\,. \tag{4.18}$$

Związki (4.17) i (4.18) są **związkami Cauchy - Riemanna**, więc zgodnie z pracą [Trajdosa-Wróbla, 1965] rodziny krzywych:

$$\Phi = const \quad i \quad \Psi = const \tag{4.19}$$

są wzajemnie ortogonalne. Układ tych linii w przypadku zagadnień filtracji nazywamy siatką hydrodynamiczną przepływu.
Różniczkując związek (4.17) po ∂y i związek (4.18) po ∂x dostajemy:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y} = -\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}\,,$$

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y} = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}\,. \tag{4.20}$$

Ponieważ w powyższych związkach (4.20) lewe strony są identyczne, możemy zapisać:

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} = 0\,. \tag{4.21}$$

Funkcja prądu Ψ spełnia więc równanie Laplace'a, co możemy zapisać w postaci:

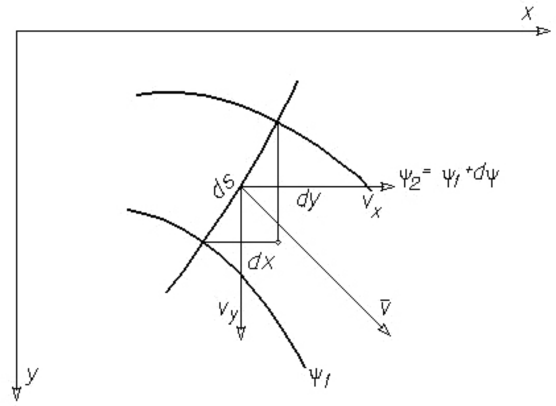
$$\nabla^2\Psi = 0\,. \tag{4.22}$$

Rozwiązanie konkretnego zagadnienia sprowadza się do rozwiązania równań różniczkowych:

$$\nabla^2\Phi = 0\,,$$

$$\nabla^2\Psi = 0\,. \tag{4.23}$$

W wyniku rozwiązania powyższych równań różniczkowych możemy określić siatkę hydrodynamiczną przepływu. Sposoby rozwiązania płaskich zagadnień filtracji zostaną przedstawione w podrozdziale VIII.
...



Rys: 6 Obliczenie wydatku przepływającego pomiędzy dwoma liniami prądu.

Rozważmy niewielki obszar siatki hydrodynamicznej przepływu przedstawiony na rys. 6. Obliczymy wydatek przepływający pomiędzy dowolną linią prądu Ψ a linią oddaloną o nieskończenie mały odcinek $\Psi + d\Psi$. Ponieważ wydatek cieczy przepływającej przez powierzchnię ds*1m wynosi:

$$dQ = vds\,, \tag{4.24}$$

wydatek przepływający przez powierzchnię ekwipotencjalną reprezentowaną linią A i B wynosi:

$$Q = \oint_{A \cap B} vds\,. \tag{4.25}$$

Całkę krzywoliniową we wzorze (4.25) można zastąpić całką iterowaną:

$$\oint_{A \cap B} vds = \int_A^B (v_y dx - v_x dy)\,. \tag{4.26}$$

Na podstawie wzoru (4.7) wiemy, że

$$d\Psi = v_y dx - v_x dy\,, \tag{4.27}$$

stąd:

$$Q = \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} d\Psi = \Psi_2 - \Psi_1 = \Delta\Psi\,. \tag{4.28}$$

Znając więc wartości funkcji prądu odpowiadających dwóm liniom prądu (przechodzące przez punkty A i B na rys. 4.12), można określić wydatek przepływający pomiędzy tymi liniami prądu, którym odpowiadają odpowiednie wartości funkcji prądu Ψ_1, Ψ_2.

4.3. Siatka hydrodynamiczna przepływu.

Większość praktycznych zadań teorii filtracji można traktować jako zadanie płaskie lub osiowo – symetryczne (opływ budowli wodnej, przepływ przez grodze ziemne, dopływ do rowu lub studni).
Rozwiązanie konkretnego zadania będzie polegało na określeniu w obszarze filtracji potencjału prędkości Φ i funkcji prądu Ψ. Graficznym przedstawieniem rozwiązania zagadnienia będzie układ linii Φ =const i Ψ =const tworzących siatkę hydrodynamiczną przepływu.
W podrozdziałach IV.2.8.1 i IV.2..8.2 wyprowadzono równania różniczkowe, jakie spełniają funkcję Φ i Ψ, a mianowicie:

- dla zagadnień płaskich:

$$\nabla^2\Phi = 0 \qquad \text{i} \qquad \nabla^2\Psi = 0\,, \tag{4.29}$$

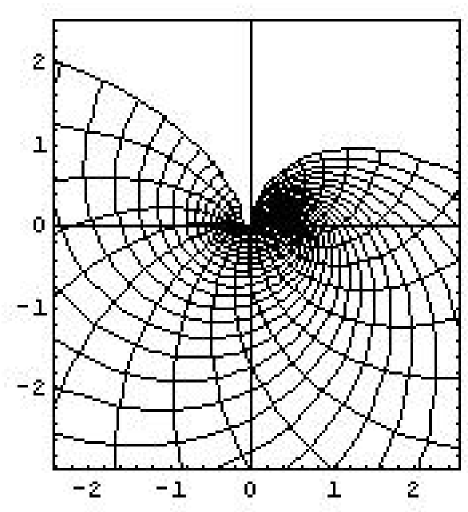
- dla zagadnień osiowych symetrycznych:

$$\nabla r^2\Phi = 0 \qquad \text{i} \qquad \nabla r^2\Psi = 0\,, \tag{4.30}$$

gdzie:

$$\nabla r^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^{\,2}} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\,. \tag{4.31}$$

Funkcje Φ i Ψ muszą spełniać również warunki brzegowe. Dla przypadku płaskiego zagadnienia przepływu siatkę hydrodynamiczną przedstawiono przykładowo na rys. 7.

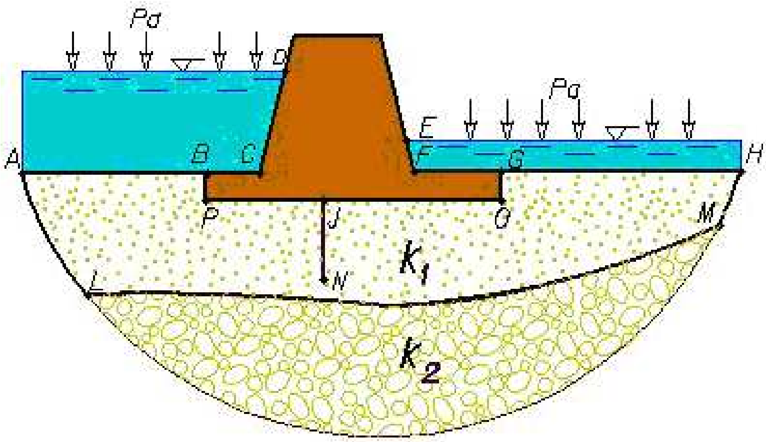


Rys. 7 Przykład siatki hydrodynamicznej przepływu.

IV.2.8.4. Warunki brzegowe i początkowe.

W konkretnych zadaniach ograniczymy się do kilku rodzajów warunków brzegowych na granicach obszaru filtracji:

a) na granicach nieprzepuszczalnych,
b) na granicach przepuszczalnych,
c) wzdłuż linii wyznaczonej przez powierzchnię swobodnych wód gruntowych,
d) wzdłuż linii wypływu wody ponad zwierciadłem wody swobodnej,
e) na granicy dwóch ośrodków przepuszczalnych o różnych współczynnikach filtracji.



Rys.8 Rodzaje granic obszaru.

Rodzaje granic obszaru dla przykładowo przyjętego obszaru filtracji przedstawiono na rys. 8.

Ad.a) Nieprzepuszczalne granice obszaru filtracji wyznaczają:

- ścianki szczelne (linia JN),
- założone granice obszaru filtracji (linia ALMH),
- linie kontaktu obszaru filtracji z warstwami nieprzepuszczalnymi,
- kontury zapór (linia łamana DCBPOGFE).

Granice nieprzepuszczalne są liniami prądu (patrz definicja linii prądu) i dlatego funkcja prądu wzdłuż tych linii ma wartość stałą:

$$\Psi = const\ . \tag{4.32}$$

Ponieważ składowa normalna do granicy nieprzepuszczalnej prędkości filtracji jest równa zeru, warunek brzegowy na funkcję potencjału prędkości ma postać

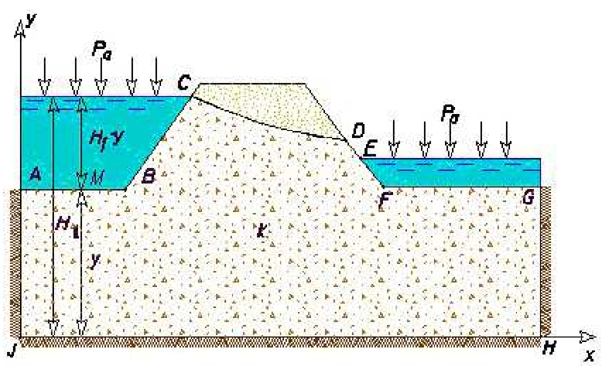
$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0\ , \tag{4.33}$$

gdzie: n –normalna do granicy nieprzepuszczalnej. Zazwyczaj granice nieprzepuszczalne złożone są z odcinków prostych. Przyjmijmy, że równane takiego odcinka ma postać:

$$y = f(x)\ . \tag{4.34}$$

Równania (4.32) lub (4.33) można rozpatrywać jako warunki, które winny być spełnione wzdłuż granicy nieprzepuszczalnej opisanej równaniem (4.34).

Ad. b) Przy dużych rozmiarach zbiornika wodnego można założyć, że rozkład ciśnienia p wzdłuż **granic przepuszczalnych** jest zgodny z prawami hydrostatyki.



Rys. 9 Warunki brzegowe na granicach przepuszczalnych.

Dlatego w dowolnym punkcie M znajdującym się na granicy AB (rys.9) między gruntem a zbiornikiem wodnym, wartość ciśnienia wynosi:

$$p = p_a + (H_1 - y)\gamma_w \,, \tag{4.35}$$

gdzie:

p_a – ciśnienie atmosferyczne,

γ_w - ciężar własny wody,

H_1 - wysokość hydrodynamiczna w punkcie M w układzie osi (x, y)

y – wysokość położenia w układzie osi (x, y)

Ponieważ funkcja potencjału prędkości wyraża się wzorem:

$$\Phi = -k\left(\frac{P}{\gamma_w} + y\right) + c \,. \tag{4.36}$$

Wartość funkcji Φ w dowolnym punkcie M wynosi:

$$\Phi_M = -k\left(\frac{P_a}{\gamma_w} + H_1\right) + c \,. \tag{4.37}$$

Z tego wynika, że dla dowolnego punktu M, znajdującego się na granicy przepuszczalnej w kontakcie z wodą, funkcja potencjału:

$$\Phi = const \,. \tag{4.38}$$

Innymi słowy, granica przepuszczalna jest granicą stałego potencjału prędkości. Wzdłuż granicy przepuszczalnej, składowe styczne wektora prędkości są równe zeru. Z tego wynika warunek brzegowy na funkcję prądu:

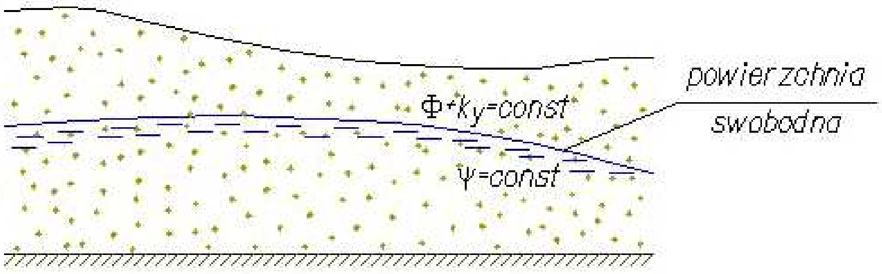
$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} = 0 \,, \tag{4.39}$$

gdzie n to normalna do granicy przepuszczalnej. W przypadku, gdy granica przepuszczalna stanowi krzywą wyrażoną równaniem:

$$y = f(x) \,. \tag{4.40}$$

Będziemy traktować związki (4.38) lub (4.39) jako warunki, które muszą być spełnione wzdłuż tej granicy opisanej równaniem (4.40).

Ad. c) Powierzchnia swobodna wód gruntowych stanowi linię rozgraniczającą obszar wód grawitacyjnych od gruntu suchego lub od strefy wód kapilarnych, gdy uwzględnimy własności kapilarne gruntu.



Rys. 9 Warunki brzegowe na linii swobodnej powierzchni wód gruntowych.

W pierwszym przypadku zakładamy, że ciśnienie na kontakcie gruntu nawodnionego i suchego jest równe ciśnieniu atmosferycznemu.
Korzystając ze wzoru (4.36) na linii swobodnej powierzchni zwanej także krzywą depresji, uzyskujemy warunek:

$$\Phi + ky = const \; . \tag{4.41}$$

Gdy oś "y" jest skierowana w dół, warunek (4.41) zastępujemy warunkiem:

$$\Phi - ky = const \; . \tag{4.42}$$

Uwzględniając strefę kapilarną wód gruntowych przyjmujemy, że na powierzchni swobodnej ciśnienie posiada wartość stałą, mniejszą od cisnienia atmosferycznego o wielkość odpowiadającą wysokości wzniesienia kapilarnego wody w gruncie:

$$p = p_a - \gamma_w h_k \, , \tag{4.43}$$

gdzie:

h_k - wysokość wzniosu kapilarnego.

Obserwacje wykazują, że przy ruchu wód gruntowych należy przyjmować h_k mniejsze od uzyskanego podczas badania wzniosu kapilarnego w rurce z gruntem (praca [Wieczysty, 1982, Jeske i innych, 1966]). Podstawiając wartość p do wzoru (4.30) otrzymamy znów warunek (4.41) lub (4.42) lecz z inną wartością stałej. Krzywa depresji jest jednocześnie skrajną linią prądu dla danego obszaru filtracji. Musi więc być spełniony warunek:

$$\Psi = const \tag{4.44}$$

Warunki ((4.41); (4.44)) lub ((4.42); (4.44)) są warunkami brzegowymi na linii powierzchni swobodnej wód gruntowych. Występowanie na jednym brzegu jednocześnie dwóch warunków brzegowych wskazywałoby teoretycznie na naddeterminację warunków brzegowych na tym brzegu. Musimy sobie jednak zdawać sprawę z faktu, że linia reprezentująca powierzchnię swobodną jest a priori nieznana. Mamy więc w tym przypadku do rozwiązania zagadnienie z nieznanym brzegiem. Istnieje więc konieczność występowania dwóch warunków brzegowych, a zagadnienie nie posiada nieuzasadnionej nadwyżki jednego warunku brzegowego.

Swobodna powierzchnia wód gruntowych może być zasilana przez opady, tajanie śniegu itp. W tym wypadku mówi się, że istnieje infiltracja z powierzchni terenu do swobodnej powierzchni wód gruntowych. Zgodnie z pracami [Wieczystego,1982],[Rembezy, 1998] przyjmuje się w takim przypadku następującą zasadę określania dopływu do swobodnej powierzchni:

"Wydatek wody przez dowolną część swobodnej powierzchni jest proporcjonalny do rzutu poziomego łuku tej powierzchni lub inaczej, jest proporcjonalny do różnicy odciętych końców tego łuku".

Zgodnie z cytowaną wyżej zasadą, uzyskujemy warunek na powierzchni swobodnej w postaci:

$$\Psi - \Psi_0 = \varepsilon \left| x - x_0 \right| \ , \tag{4.45}$$

gdzie:

Ψ i Ψ_0 , są to wartości funkcji prądu w punktach powierzchni swobodnej o odciętych x i x_0 ,

ε ilość wody dopływającej podczas jednostki czasu na jednostkę długości poziomego rzutu łuku krzywej depresji (intensywność filtracji).

Dla rozpatrzonego przypadku intensywność infiltracji wynosi ε >0. Uwzględniając parowanie ze swobodnej powierzchni wody, mamy do czynienia z tzw. infiltracją ujemną. Warunek brzegowy przyjmie postać **Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.** z tą różnicą, że będzie posiadał wartość ujemną.

Ogólnie można powiedzieć, że warunki: (4.41) lub (4.42) i (4.45) są najbardziej ogólnymi warunkami dla krzywej depresji, przy czym ε może być dodatnie (infiltracja), ujemne (parowanie) lub równe zeru.

Ad. d) <u>Linię wypływu wody ponad zwierciadłem wody swobodnej</u>, będziemy nazywali <u>linią wysięgu.</u>

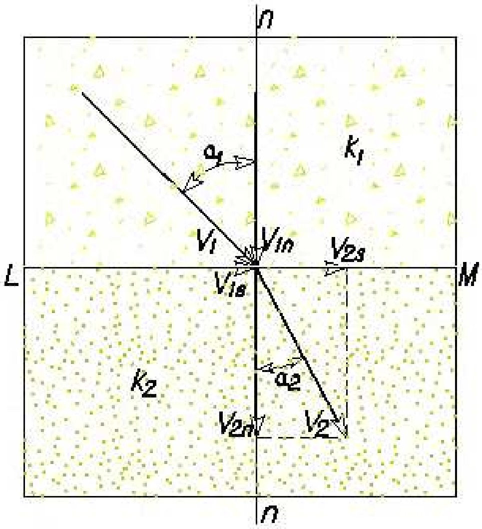
Obszary wysięgu mogą istnieć po stronie odpowietrznej grodzy ziemnej na ściankach studni, rowów drenażowych itp.

Wzdłuż linii wysięgu ciśnienie winno być równe ciśnieniu atmosferycznemu, a więc musi być spełniony warunek (4.41) lub (4.42).

Wzdłuż linii wysięgu warunek brzegowy wyrażony poprzez funkcję prądu ma postać:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} = const \ . \tag{4.46}$$

Ad. e) <u>Warunki na granicy występowania dwóch gruntów o różnych współczynnikach filtracji</u> musimy określić, gdy mamy do czynienia z ośrodkiem uwarstwowionym.



Rys. 10 Granica dwóch ośrodków o różnych współczynnikach filtracji.

Załóżmy, że woda gruntowa przepływa przez dwa grunty z różnymi współczynnikami filtracji k_1 i k_2 , graniczącymi z sobą wzdłuż linii L M (rys 1 0). Dla każdej z warstw wzdłuż linii kontaktu LM funkcja potencjału prędkości ma postać:

$$\Phi_1 = -k_1 \left(\frac{p_1}{\gamma_w} + y \right) + c_1 , \tag{4.47}$$

$$\Phi_2 = -k_2(\frac{p_2}{\gamma_w} + y) + c_2, \tag{4.48}$$

przy czym:

p_1 i p_2 – odpowiednie ciśnienie na linii kontaktu w pierwszej i drugiej warstwie.

Ponieważ przy przejściu wody przez granicę dwóch ośrodków, ciśnienie winno się zmieniać w sposób ciągły, mamy:

$$p_1 = p_2. \tag{4.49}$$

Korzystając z warunku (4.49) i wyrażeń (4.47) i (4.48) otrzymujemy warunek brzegowy na funkcję potencjału prędkości w postaci:

$$\frac{\Phi_1}{k_1} = \frac{\Phi_2}{k_2} + c \tag{4.50}$$

lub gdy dowolną stałą przyjąć równą zeru:

$$\frac{\Phi_1}{k_1} = \frac{\Phi_2}{k_2}. \tag{4.51}$$

Drugi warunek otrzymamy wiedząc, że składowa normalna wektora prędkości jest identyczna w jednym i drugim ośrodku (z prawa ciągłości przepływu). Oznaczając przez v_{1n} i v_{2n} normalne składowe wektora prędkości wzdłuż linii kontaktu ośrodków, L M mamy:

$$v_{1n} = v_{2n}. \tag{4.52}$$

Oznaczając następnie dla każdego z ośrodków funkcje prądu Ψ_1 i Ψ_2 i korzystając ze wzoru (4.16), warunek (4.52) można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial\Psi_1}{\partial s} = \frac{\partial\Psi_2}{\partial s}, \tag{4.53}$$

gdzie: s – styczna wzdłuż linii kontaktu.

Obierając stałą całkowania równą zeru, otrzymamy na linii granicznej warunek (4.53) w postaci:

$$\Psi_1 = \Psi_2. \tag{4.54}$$

Równania (4.51) lub (4.52) stanowią warunki brzegowe, jakie winny być spełnione wzdłuż linii kontaktu dwóch ośrodków o różnych współczynnikach filtracji.

Zróżniczkujemy teraz (4.51) po zmiennej stycznej do łuku linii kontaktu warstw o różnych współczynnikach:

$$\frac{1}{k_1}\frac{\partial\Phi_1}{\partial s} = \frac{1}{k_2}\frac{\partial\Phi_2}{\partial s}. \tag{4.55}$$

Wprowadzając składowe styczne wektora prędkości v_{1s} i v_{2s} otrzymamy:

$$\frac{v_{1s}}{k_1} = \frac{v_{2s}}{k_2} . \tag{4.56}$$

Na podstawie rys. 4.17 można zapisać:

$$\frac{v_{1s}}{v_{1n}} = tg\alpha_1 \quad \text{i} \quad \frac{v_{2s}}{v_{2n}} = tg\alpha_2 \ , \tag{4.57}$$

gdzie α_1 i α_2 oznaczają kąty między normalną do linii granicznej i wektorami prędkości. Uwzględniając zależności między składowymi stycznymi i normalnymi wektorów prędkości w obydwu ośrodkach ((4.51); (4.56) i (4.57)), dostajemy:

$$\frac{tg\alpha_1}{k_1} = \frac{tg\alpha_2}{k_2} \ . \tag{4.58}$$

Równanie (4.58) określa prawo załamania strumienia filtracji na kontakcie dwóch warstw o różnych współczynnikach filtracji.