

12. Obliczenie stateczności skarp i stateczności filtracyjnej

Tomasz Strzelecki

12.1 Blokowe metody inżynierskie określania stateczności skarp w mechanice gruntów.

Liczne metody obliczeń przybliżonych stosowanych w praktyce inżynierskiej, zakładające stan graniczny na pewnych przyjętych powierzchniach poślizgu, prowadzi do oceny stateczności zboczy mieszczących się w zakresie oszacowania górnego i dolnego współczynnika stateczności lub obciążenia granicznego. Ocena stateczności opiera się w tych metodach (różniących się sposobem przyjmowania kształtu powierzchni poślizgu) na spełnieniu warunku równowagi sił wzdłuż powierzchni poślizgu bryły osuwającego się gruntu lub skały [Stilger-Szydło, 2005], [Kisiel i inni, 1969, 1982], [Wiłun, 2000]. Powierzchnie poślizgu przyjmowane są w przekroju w postaci wycinka koła, spirali logarytmicznych, cykloidy, prostych łamanych. Przyjęcie określonego kształtu linii poślizgu uwarunkowane jest często budową geologiczną obszaru zbocza lub skarpy.

W metodach tych najczęściej stosuje się podział bryły podlegającej osunięciu na bloki, co w przekroju reprezentują paski, analizując równowagę sił zsuwających i utrzymujących poszczególne bloki. Siłami zsuwającymi są siły czynne, występujące w płaszczyźnie poślizgu takie jak: ciężar gruntu, ciśnienie sphywowe filtracji, obciążenie gruntu. Siły utrzymujące to: siły tarcia wewnętrznego, kohezja oraz siły z elementów zabezpieczających skarpy jak np. ściany oporowe, ścianki szczelne, pale.

Z założenia przyjmuje się:

- hipotezę Coulomba-Mohra,
- płaski stan naprężenia i odkształcenia,
- brak efektów lepkich,
- jednakowe przemieszczenia wzdłuż powierzchni poślizgu.

Określany wskaźnik stateczności F dla zbocza lub skarpy oblicza się jako stosunek momentu utrzymującego M_u związanego z wytrzymałością na ścinanie gruntu lub skały do momentu wywracającego M_w (związanego z obciążeniem). Stosując metody numeryczne możemy poszukiwać stosunku tych dwóch wartości dla dużej ilości przyjętych powierzchni poślizgu poszukując wartości najmniejszej F_{\min} . Zbocze, lub skarpe uważa się za stateczne, jeśli obliczone tą metodą F_{\min} :

$$F_{\min} \leq F_{dop}, \quad (12.1)$$

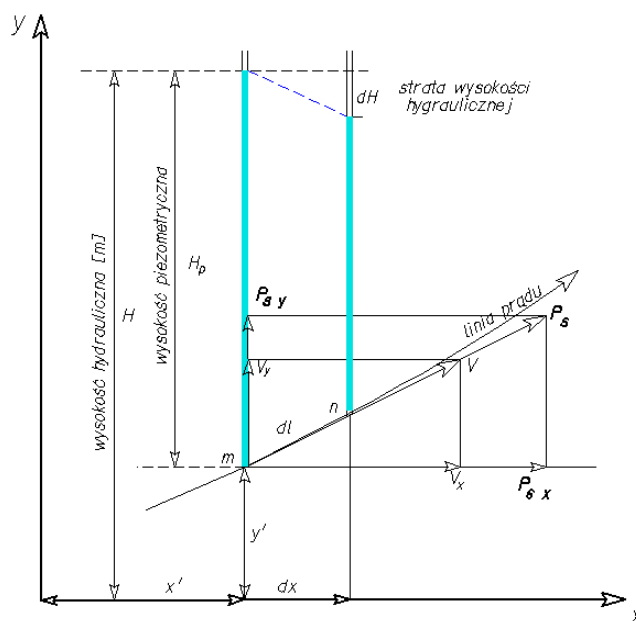
gdzie F_{dop} oznacza wielkość dopuszczalną wskaźnika stateczności i określona jest odpowiednimi normami technicznymi dla różnego rodzaju konstrukcji geoinżynierskich.

Najczęściej stosowanymi metodami jest metoda Felleniusa i metoda Bishopa dla przypadku przyjmowania walcowego kształtu powierzchni poślizgu oraz metoda Janbu dla dowolnego kształtu powierzchni poślizgu.

12.1.1 Metoda Felleniusa dla przypadku warstwy przepuszczalnej z uwzględnieniem filtracji cieczy.

12.1.1.1 Potencjał sił masowych.

Rozważmy punkt m o współrzędnych (x,y) znajdujący się w obszarze filtracji – rys. 12.1



Rys. 12.1. Składowe sił unoszenia.

Przez punkt m przechodzi linia prądu oznaczona strzałką określającą kierunek przepływu cieczy. W punkcie m wysokość hydrauliczna wynosi H, a w punkcie n odległym o odcinek nieskończenie mały dl wzdłuż linii prądu występuje strata wysokości hydraulicznej dH .

Gradient hydrauliczny na drodze mn wyniesie:

$$\vec{i} = -\frac{dH}{dl} \quad (12.2)$$

Oznaczmy \vec{p}_s wielkość ciśnienia spływowego filtracji, styczną do linii prądu, która w punkcie m (rys. 4.38) równa się:

$$\vec{p}_s = -\rho g \vec{i} \quad (12.3)$$

Niech p_{sx} i p_{sy} będą rzutami siły masowej \vec{p}_s na osie x i y .

Niech $\rho_{os}(1-f)$ oznacza wartość bezwzględną siły masowej reprezentującej ciężar objętościowy szkieletu gruntowego z uwzględnieniem wyporu równą, co do wartości:

$$\rho_{os} = (\rho_s - \rho) \quad (12.4)$$

Wypadkową siłą masową \vec{S} otrzymaną z dodawania wektora \vec{p}_s i siły masowej ciężaru własnego ośrodka wyrazić możemy przy pomocy współrzędnych:

$$S_x = p_{sx} \quad , \quad S_y = p_{sy} - \Delta^* \quad (12.5)$$

gdzie $\Delta^* = (1-f)\rho_{os}$

Składowe sił unoszenia filtracji można wyrazić wzorami:

$$p_{xx} = \rho g \frac{v_x}{k}$$

$$p_{yy} = \rho g \frac{v_y}{k}$$
(12.6)

Wiedząc, że składowe wektora prędkości wyrażają się przy pomocy składowych gradientu spadku hydraulicznego H :

$$S_x = -\rho g \frac{\partial H}{\partial x}, \quad S_y = -\rho g \frac{\partial H}{\partial y} - \Delta^* \quad (12.7)$$

Pokazaliśmy poprzednio, że pole przepływu filtracyjnego jest polem potencjalnym; wiemy również, że pole grawitacyjne jest również polem potencjalnym. Możemy a priori założyć, więc, że suma tych dwóch pól jest również polem potencjalnym. Przyjmijmy, że \mathfrak{R} jest potencjałem tego pola, więc powinny być spełnione związki:

$$S_x = \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial x}, \quad S_y = \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial y}$$
(12.8)

Z pierwszego ze związków (1.86) możemy policzyć:

$$\mathfrak{R} = \int S_x dx + C(y)$$
(12.9)

gdzie $C(y)$ jest to nieznaną funkcją od y .

Korzystając z pierwszego ze wzorów (12.7) otrzymujemy:

$$\mathfrak{R} = -\int \rho g \frac{\partial H}{\partial x} dx + C(y)$$
(12.10)

Co pozwala zapisać:

$$\mathfrak{R} = -\rho g H + C(y)$$
(12.11)

Zróźniczkujemy powyższe wyrażenia po ∂y :

$$\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial y} = -\rho g \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial C(y)}{\partial y}$$
(12.12)

Ponieważ $\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial y} = S_y$ więc dostajemy:

$$\frac{dC(y)}{dy} = -\Delta^*$$
(12.13)

Co prowadzi do związku:

$$C(y) = -\Delta^* y + \mathfrak{R}_0$$
(12.14)

Podstawiając wzór (12.14) do wzoru (12.11) dostajemy postać jawną potencjału:

$$\mathfrak{R} = -(\rho g H + \Delta^* y) + \mathfrak{R}_0 \quad (12.15)$$

gdzie \mathfrak{R}_0 jest dowolną stałą.

Można pokazać, że wyprowadzona postać potencjału (12.15) jest taka sama w przypadku zagadnienia przestrzennego

Powierzchnie ekwipotencjalne pola sił masowych można określić z równania:

$$\mathfrak{R}_0 - \mathfrak{R} = \Delta^* y + \rho g H = const \quad (12.16)$$

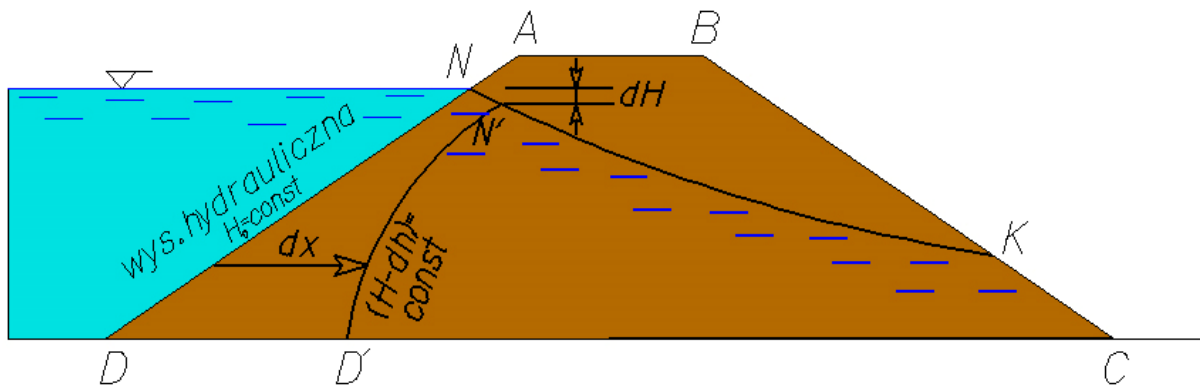
W szczególności niech linia ekwipotencjalna $\Phi = -kH = const$ przechodzi przez punkt m obszaru filtracji – rys. 4.38. W punkcie przecięcia linii $\Phi = const$ znamy położenie punktu m, możemy, więc obliczyć dla tego punktu wartość \mathfrak{R} przyjmując oczywiście w dowolny sposób wartość \mathfrak{R}_0 . Znając powierzchnie ekwipotencjalne pola skalarne \mathfrak{R} możemy w określić wektor, który jest normalny do tych powierzchni ekwipotencjalnych.. Wartość bezwzględna tego wektora jest równa $-\partial\mathfrak{R}/\partial n$, gdzie \vec{n} jest normalną do powierzchni ekwipotencjalnej.

12.1.1.2 Przykład liczbowy.

Przyjmijmy dla uproszczenia wartości $\Delta^* = 1$ i $\rho g = 1$. Wówczas równanie (12.16) można zapisać w postaci:

$$\mathfrak{R}_0 - \mathfrak{R} = y + H \quad (12.17)$$

Rozważmy zadanie przedstawione schematycznie na rys. 12.2 przyjmując zarazem, że poziom odniesienia znajduje się na warstwie nieprzepuszczalnej.



Rys. 12.2. Schemat zadania.

Niech H_0 oznacza poziom wody w zbiorniku, N – punkt, w którym poziom wody styka się ze zboczem skarpy AD. W punkcie N zgodnie ze wzorem (12.17) funkcja \mathfrak{R} ma wartość:

$$\mathfrak{R}_0 - \mathfrak{R} = 2H_0 \quad (12.18)$$

Przyjmując wartość stałą $\mathfrak{R}_0 = 2H_0$ otrzymujemy w punkcie N potencjał \mathfrak{R} równy zero.

W innych punktach obszaru filtracji potencjał \mathfrak{R} ma wartość:

$$\mathfrak{R} = 2H_0 - (y + H) \quad (12.19)$$

Wzdłuż zbocza ND wysokość hydrauliczna jest równa H_0 . Obierając punkty N_1, N_2, N_3, N_4 na wysokościach $y = 3H_0/4, y = H_0/2, y = H_0/4, y = 0$ dostaniemy:

$$\mathfrak{R}(N_1) = \frac{H_0}{4}, \mathfrak{R}(N_2) = \frac{H_0}{2}, \mathfrak{R}(N_3) = \frac{3H_0}{4}, \mathfrak{R}(N_4) = H_0$$

Przedłużając myślowo zbrocze ND w dół możemy przyjąć kolejno punkty N_5, N_6, \dots będące punktami wyjściowymi linii ekwipotencjalnych:

$$\mathfrak{R}(N_5) = \frac{5H_0}{4}, \mathfrak{R}(N_6) = \frac{3H_0}{2}, \mathfrak{R}(N_7) = \frac{7H_0}{4}, \dots$$

Na krzywej zwierciadła swobodnego NK możemy znaleźć punkty odpowiadające liniom ekwipotencjalnym $\mathfrak{R}(N_1), \mathfrak{R}(N_2), \mathfrak{R}(N_3), \dots, \mathfrak{R}(N_7)$.

Oznaczmy $P_1, P_2, P_3, \dots, P_7$ punkty odpowiadające odpowiednim liniom ekwipotencjalnym na krzywej zwierciadła swobodnego. Ponieważ wzdłuż krzywej zwierciadła swobodnego $y = H$, możemy zapisać:

$$\mathfrak{R} = 2(H_0 - y) \quad (12.20)$$

Dla poszczególnych punktów współrzędne y równają się:

$$y = H_0 - \frac{\mathfrak{R}}{2}$$

Co w rozpatrywanym przypadku daje rzędne równe:

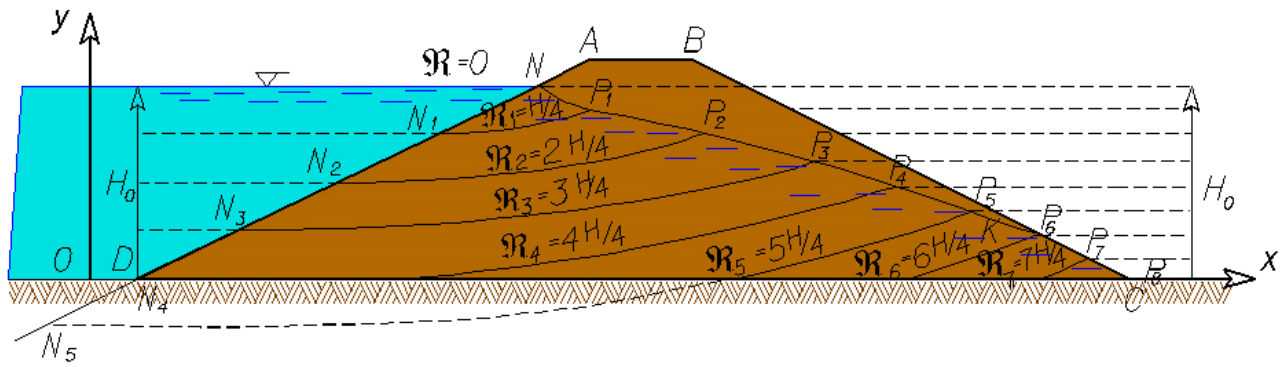
$$\frac{7H_0}{8}, \frac{6H_0}{8}, \frac{5H_0}{8}, \frac{4H_0}{8}, \dots, \frac{H_0}{8}$$

Przeprowadźmy analizę przebiegu funkcji $\mathfrak{R} = const$. Zróżniczkujemy w tym celu równanie (12.19) po dx . Dostajemy:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{dH}{dx} \quad (12.21)$$

Dla dodatniego przyrostu dx mamy ujemny przyrost dH gdyż jak to wynika z rys. 4.39 przepływ odbywa się w kierunku zgodnym z kierunkiem dodatnim x .

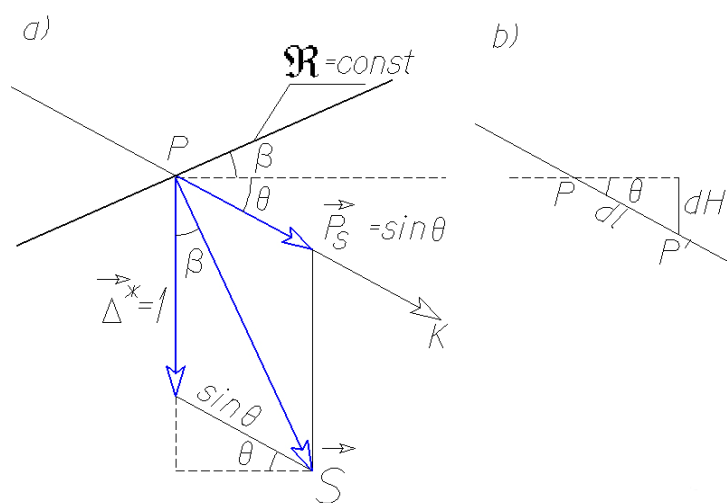
Widać stąd, że dy/dx jest dla krzywej $\mathfrak{R} = const$ dodatnie, krzywa ekwipotencjalna jest, więc monotonicznie rosnąca. Jak możemy to zaobserwować na rys. 4.39 wartości dy/dx w punktach wyjścia położonych bliżej warstwy nieprzepuszczalnej są bliższe wartości równej zero. Jak wiadomo wzdłuż ND wysokość hydrauliczna jest równa $H = H_0$. Krzywa ekwipotencjalna $H_0 - dH$ wychodzi z punktu N' położonego nieskończenie blisko punktu N i jest normalna do zwierciadła swobodnego w N' oraz normalna w punkcie D' do DC – rys. 12.3. Przebieg krzywych ND i $N'D'$ wskazuje na ciągły wzrost dx , gdy przemieszczamy się w kierunku podłoża nieprzepuszczalnego przy stałym DH.



Rys. 12.3. Linie ekwipotencjalne pola \mathcal{R} .

Stąd wynika prawie poziomy przebieg krzywych $\mathcal{R} = const$ w pobliżu punktów wyjścia N_i .

Rozpatrzmy następnie punkt P na powierzchni zwierciadła swobodnego – rys. 12.4



Rys. 12.4. Zależności trygonometryczne dla powierzchni ekwipotencjalnych.

Jeżeli przez θ oznaczymy kąt nachylenia zwierciadła swobodnego to spadek hydrauliczny w tym punkcie możemy wyrazić wzorem:

$$\vec{i} = -\frac{dH}{dl} = \sin \theta \quad (12.22)$$

Siła unoszenia filtracji ma, więc przy przyjętych założeniach wartość bezwzględną $|\vec{p}_s| = \sin \theta$ i jest styczna do powierzchni swobodnej. Sumując wektorowo siłę masową \vec{p}_s z siłą masową ciężaru własnego ośrodka filtrującego z uwzględnieniem wporu $\vec{\Delta}^*$ otrzymujemy siłę \vec{S} nachyloną pod kątem β do pionu. Kąt β jest również kątem, jaki tworzy linia $\mathcal{R} = const$ z poziomem, ponieważ siła \vec{S} jest prostopadła do linii ekwipotencjalnych $\mathcal{R} = const$. Z zależności trygonometrycznych dla ΔPDE otrzymujemy:

$$|\vec{S}| = \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta} \quad (12.23)$$

oraz

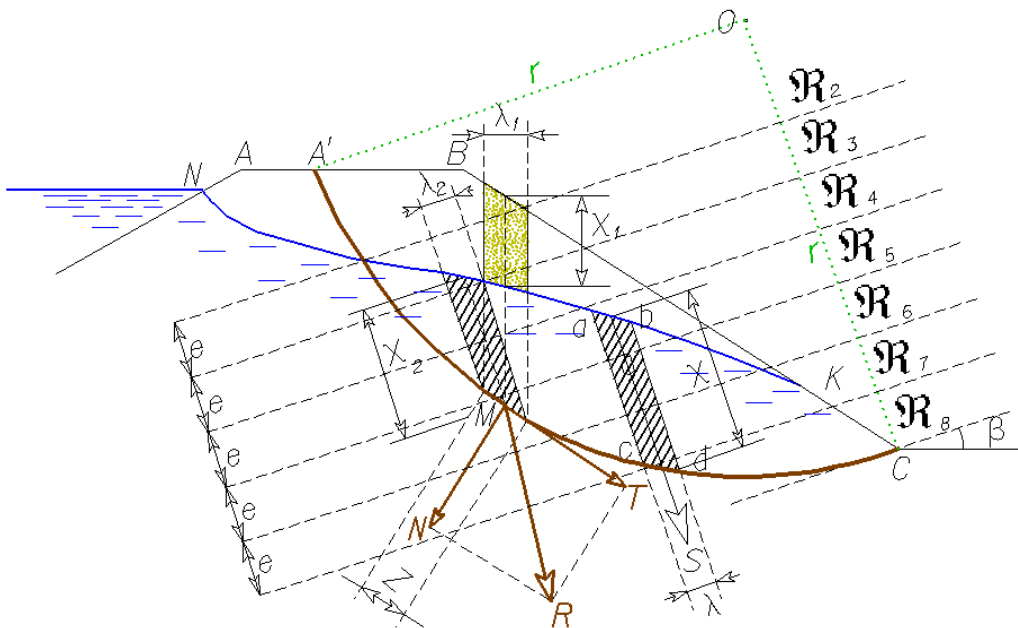
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \theta}{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \theta} \quad (12.24)$$

Poniżej w tabeli 12.1 przedstawiono kilka wartości bezwzględnej siły \bar{S} i $tg\beta$ dla $0 \leq \theta \leq 30^\circ$

Tabela 12.1

θ W stopniach	$ \bar{S} $ G/cm ³	$tg\beta$ bezwymiarowa
0	1,00	0
5	1,01	0,085
10	1,044	0,166
15	1,095	0,234
20	1,16	0,277
25	1,24	0,326
30	1,32	0,346

Jak widać mając ściśle określoną funkcję potencjału prędkości Φ i odpowiadające temu potencjałowi linie ekwipotencjalne potrafimy precyzyjnie określić powierzchnie ekwipotencjalne $\mathfrak{R} = const$. Wg [Czugajewa, 1970] linie ekwipotencjalne $\mathfrak{R} = const$ można bez popełniania dużego błędu zastąpić prostymi równoległymi nachylonymi pod kątem β do poziomu, takimi, że ich wzajemna odległość jest równa e . Przyjmując powyższe założenia [Czugajew, 1970] zastępujemy krzywą zwierciadła swobodnego prostą NK nachyloną pod kątem θ do poziomemu. Następnie określamy punkty, dla których wartość $\mathfrak{R}(P_i) = iH_0/4$. Obliczamy następnie kąt β ze wzoru (12.24) i wykreślamy pod tym kątem proste ekwipotencjalne $\mathfrak{R}(P_i)$ - rys. 12.5.



Rys. 12.5. Obliczenie stateczności skarpy z filtracją.

Można przyznać, że w przypadku, gdy powierzchnia swobodna jest słabo zakrzywiona o niewielkim kącie nachylenia metoda Czugajewa jest bardzo praktyczna i nie prowadzi do znacznych błędów. Na podstawie powyższych rozważań możemy określić wartość bezwzględną siły \bar{S} , która jest w tym przypadku jednakowa dla wszystkich linii ekwipotencjalnych równa:

$$|\bar{S}| = \frac{H_0}{4e}$$

i ma jednakowy kierunek.

Obliczenia metodą Felleniusa

Niech łuk AC na rys. 12.5 ośrodku O jest jedną z możliwych linii reprezentujących powierzchnię poślizgu. Rozważmy pasek pionowy o szerokości λ_1 . W przecięciu paska z przyjętą linią poślizgu dostajemy odcinek łuku, który stanowi podstawę paska prostopadłego do linii $\mathfrak{R} = const$. Aby określić siły działające na powierzchnię poślizgu, będziemy uwzględniali dwa paski:

- jeden pasek szerokości λ_1 i wysokości χ_1 ograniczony od góry powierzchnią terenu i od dołu zwierciadłem swobodnym wód gruntowych NK. Dla tego paska dostajemy siłę pionową reprezentującą ciężar gruntu: $P_1 = \lambda_1 \chi_1 \rho_o^s g$ gdzie $\rho_o^s g$ jest ciężarem objętościowym gruntu w strefie aeracji
- drugi pasek o szerokości λ_2 i wysokości χ_2 ograniczony jest od góry zwierciadłem wód swobodnych NK a od dołu powierzchnią poślizgu. Jest on nachylony pod kątem β do pionu. Siła masowa reprezentująca współdziałanie siły unoszenia filtracji i siły ciężkości gruntu z uwzględnieniem wyporu wyraża się wzorem: $P_2 = \lambda_2 \chi_2 S$.

Sumując wektorowo siłę \vec{P}_1 i \vec{P}_2 dostajemy wypadkową \vec{R} działającą na powierzchnię poślizgu.

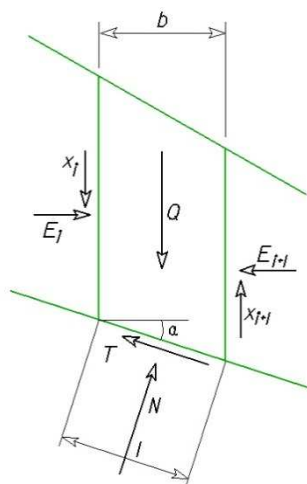
Rozkładając następnie dla i-tego paska siłę \vec{R}_i na składową normalną N_i i styczną T_i do linii poślizgu, obliczamy następnie wskaźnik stateczności ze wzoru Felleniusa:

$$F = \frac{\operatorname{tg} \varphi \sum_i N_i + cL}{\sum_i T_i} \quad (12.25)$$

Przedstawiona powyżej metoda jest jedną z wielu metod „paskowych” omawianych w literaturze [Stilger-Szydło, 2005], [Kisiel i inni, 1969, 1982], [Wiłun, 2000]. Powszechnie stosowane programy komputerowe jak np. Z-Soil, Slide 2D, poszukują minimalnej wartości współczynnika stateczności, analizując po kilkanaście tysięcy potencjalnych powierzchni poślizgu, w zakresie przyjętej siatki punktów obrotu.

12.1.2 Metoda blokowa Bishopa.

Metoda Bishopa jest modyfikacją metody Felleniusa, polegającą na innym określeniu sił działających na linii poślizgu paska oraz na uwzględnieniu sił działających na ścianach bocznych bloków rys. 4.45.



Rys. 12.6. Założenia metody Bishopa.

Siłę styczną do linii poślizgu dla i tego bloku obliczamy ze wzoru:

$$\vec{T}_i = \frac{1}{F} (\vec{N}_i \operatorname{tg} \varphi + c l_i \vec{t}_i), \quad (12.26)$$

gdzie \vec{s}_i wektor styczny do linii poślizgu dla i-tego bloku.

Przyjmując identyczne oznaczenia jak w wyżej opisanej metodzie Felleniusa siłę normalną dla pojkedyńczego bloku dostajemy z rzutu sił na kierunek pionowy:

$$\vec{N}_i = \frac{\vec{S}_i \cos \beta + \vec{X}_i - \vec{X}_{i+1} - \frac{cl_i \sin \alpha_i}{F} \vec{t}_i}{\cos \alpha_i + \frac{tg \varphi \sin \alpha_i}{F}}. \quad (12.27)$$

Korzystając z definicji współczynnika bezpieczeństwa (wskaźnika stateczności) (12.25) możemy zapisać:

$$F = \frac{\sum \frac{S_i \cos \beta + X_i - X_{i+1} - \frac{cl_i \sin \alpha_i}{F}}{m_i}}{\sum S_i \sin \alpha_i \cos \beta}, \quad (12.28)$$

gdzie

$$m_i = \cos \alpha_i + \frac{tg \varphi \sin \alpha_i}{F}. \quad (12.29)$$

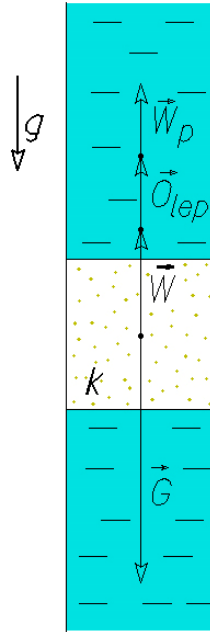
Można wykazać, że uwzględnianie poziomych sił składowych działających na bokach bloków nie wpływa znacząco na wielkość wskaźnika stateczności. Z tego względu siły te są w obliczeniach często pomijane, a metoda nosi wówczas nazwę uproszczonej metody Bishopa.

Równanie (12.27) ma charakter równania uwikłanego i rozwiązuje się go metodą iteracyjną. W pierwszym kroku iteracji zakłada się, że $F_1 = 1$. Oblicza się ze wzoru (12.28) nową wartość F_2 .

Obliczenia prowadzi się do momentu, gdy $|F_n - F_{n+1}| \leq \xi$, gdzie ξ jest założonym dopuszczalnym błędem oznaczania F .

12.2 Wyparcie gruntu na skutek siły unoszenia filtracji.

Rozważmy opadanie próbki jednorodnego ośrodka porowatego o współczynniku filtracji k w pionowej rurze wypełnionej nieściśliwą lepką cieczą – rys. 12.7



Rys. 12.7 Schemat doświadczenia z opadającą w cieczy próbką ośrodka porowatego.

Niech przekrój próbki wynosi F , wysokość l , a jego tekstura i struktura jest niezmienna podczas przepływu. Załóżmy wstępnie, że tarcie pomiędzy próbką a ściankami rury jest równe zero $T_c = 0$.

Jeżeli gęstość próbki porowatego ciała stałego jest większa od gęstości cieczy wówczas próbka będzie na skutek działania siły grawitacji poruszać się początkowo ruchem jednostajnie przyspieszonym, aż do momentu, gdy siły działające się zrównoważą i wówczas zgodnie z pierwszym prawem Newtona próbka będzie poruszać się ruchem jednostajnym. Oznaczmy przez V_{kr} prędkość ustaloną opadania próbki.

Jeżeli odwrócimy zagadnienie przyjmijmy, że nasza próbka spoczywa na siatce filtracyjnej, a my zadajemy odpowiedni gradient wysokości hydraulicznej, aby spowodować przepływ filtracyjny cieczy w kierunku przeciwnym do sił działania pola grawitacyjnego. Gdy prędkość filtracji będzie mniejsza od V_{kr} próbka będzie spoczywać nieruchomo, natomiast, gdy prędkość filtracji przekroczy V_{kr} próbka rozpocznie ruch w kierunku działania siły unoszenia filtracyjnego. Założyliśmy w tym przypadku, że struktura ośrodka porowatego nie ulega zmianie – w przypadku ośrodka dyskretnego może to wynikać z istnienia więzi pomiędzy poszczególnymi cząstkami ośrodka. W przypadku ośrodków rozdrobionych takich jak piaski, żwiry więzi takie, jeżeli istnieją są bardzo słabe i trudno mówić o założeniu stałości struktury podczas takiego doświadczenia. Proces w takim przypadku przebiega nieco inaczej. Gdy prędkość zbliża się do prędkości krytycznej następuje rozrzedzenie ośrodka – istotny wzrost jego porowatości, aż do momentu utraty kontaktu pomiędzy ziarnami, czemu towarzyszy pełne upłynnienie ośrodka. W obydwu przypadkach następuje wypór ośrodka z tą różnicą, że w tym drugim przypadku nie mamy już do czynienia z ośrodkiem porowatym tylko z mieszaniną cieczy i cząstek ciała stałego, której ruchem rządzi już prawa ruchu cieczy lepkiej. W obliczeniach przepływu mieszaniny cieczy i szkieletu wykorzystany jest często model tzw. symulacji dużych wirów, sformułowany na bazie równań Naviera-Stokesa dla cieczy nieściśliwej, różniący się jednak w sposób istotny od klasycznych równań Reynoldsa. Analiz pól ciśnienia i prędkości przepływu cieczy umożliwiają identyfikację obiektów wirowych oraz ocenę ich wpływu na stabilność rozmywalnego obszaru filtracji. Równania Naviera-Stoke'esa dla cieczy nieściśliwej mają postać:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j},$$

z warunkiem:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0.$$

Aby wyznaczyć prędkość krytyczną v_{kr} cieczy, po której grunt przechodzi w stan płynny, rozpatrzmy siły działające na próbkę gruntu spoczywającego na siatce filtracyjnej. Będą to:

- siła ciężaru próbki G ;
- siła wyporu próbki W ,
- siła unoszenia filtracyjnego \vec{U}_f .

Siła masowa ciężaru próbki G działa pionowo w dół i wynosi:

$$\vec{G} = -Fl(1-f)\rho_s g \vec{i}_3, \quad (12.30)$$

gdzie ρ_s oznacza gęstość szkieletu gruntowego, f oznacza porowatość gruntu, a \vec{i}_3 wektor skierowany przeciwnie do działania siły grawitacji.

Siła wyporu zgodnie z prawem Archimedesesa wynosi:

$$\vec{W} = Fl(1-f)\rho g \vec{i}_3, \quad (12.31)$$

gdzie ρ oznacza gęstość filtrującej cieczy.

Siła unoszenia wynika z działania gradientu ciśnienia w cieczy i jest proporcjonalna do prędkości filtrującej cieczy, więc:

$$\vec{U}_f = Flf\rho \frac{g}{k} \vec{v} \quad (12.32)$$

gdzie \vec{v} jest prędkością filtracji.

Suma sił masowych działających na szkielet ośrodka porowatego, gdy ośrodek ten nie jest obciążony i działają na niego tylko wyżej wymienione siły masowe wynosi:

$$\vec{G} + \vec{W} + \vec{U}_f = \vec{S}, \quad (12.33)$$

gdzie \vec{S} jest wypadkową działających sił masowych.

Podstawiając do równania (12.33) wzory (12.30), (12.31) i (12.32) dostajemy:

$$\vec{S} = Fl \left[-(1-f)\rho_s g \vec{i}_3 - (1-f)gr\vec{a}dp + f \frac{\rho g}{k} \vec{v} \right]. \quad (12.34)$$

Ponieważ prędkość filtracji wyraża się wzorem:

$$\vec{v} = -kgr\vec{a}dH = -kgr\vec{a}d \left(\frac{p}{\rho g} + x_i \delta_{i3} \right), \quad (12.35)$$

możemy zapisać, że

$$gr\vec{a}dp = -\frac{\rho g}{k} \vec{v} - \rho g \vec{i}_3 \quad (12.36)$$

i uwzględniając powyższą zależność (12.36) w równaniu wektorowym (12.34) :

$$\vec{S} = Fl \left[-(1-f) \rho_s g \vec{i}_3 + (1-f) \rho g \vec{i}_3 + \frac{\rho g}{k} \vec{v} \right]. \quad (12.37)$$

Oznaczając przez $\rho_{os} = \rho_s - \rho$ gęstość objętościową szkieletu z uwzględnieniem wyporu, równanie (12.37) można zapisać w postaci:

$$\vec{S} = Fl \left[-(1-f) \rho_{os} g \vec{i}_3 - \rho g g r \vec{a} d H \right]. \quad (12.38)$$

Jeżeli ośrodek porowaty jest nieobciążony oraz pomijamy siły tarcia na granicy obszaru próbki to $\vec{S} = \vec{0}$ i możemy określić graniczny spadek hydrauliczny, przy którym nastąpi wyparcie gruntu.

$$I_{kr} = -(1-f) \frac{\rho_{os}}{\rho}. \quad (12.39)$$

Przykładowo, wartość liczbowa spadku granicznego dla przypadku piasku kwarcowego o gęstości $\rho_s = 2,65 \frac{G}{cm^3}$ i porowatości $f=0,30$ wynosi 1,155.

Prędkość filtrującej cieczy w chwili wyparcia obliczamy stosując prawo Darcy'ego, choć w momencie utraty stateczności proces przebiega już według innych równań opisujących proces przepływu mieszaniny lepkiej cieczy z cząstkami ciała stałego.

Dzieląc obie strony równania (12.38) przez powierzchnię F uzyskamy wzór na naprężenie na powierzchni dolnej próbki normalne do powierzchni siatki filtracyjnej. Naprężenie „rozmyte” σ_{33} w dowolnym przekroju w odległości x_3 od początku układu współrzędnych możemy wyrazić wzorem:

$$\sigma_{33} = (l - x_3) \left[-(1-f) \rho_{os} g - \rho g H_{,3} \right], \quad (12.40)$$

gdzie $0 \leq x_3 \leq l$, przy czym l oznacza wysokość próbki.

Jeżeli próbka jest obciążona wówczas wzór na spadek krytyczny powodujący wypór próbki przy pominięciu sił tarcia na kontakcie z powierzchnią ograniczającą nasz obszar wynosi:

$$I_{kr} = -(1-f) \frac{\rho_{os}}{\rho} - \frac{\sigma_{33}(0)}{l}. \quad (12.41)$$

Rozważmy następnie to samo zagadnienie wyporu próbki na skutek działania siły unoszenia filtracji z uwzględnieniem siły tarcia na powierzchni kontaktu próbki ze ściankami przewodu otaczającego próbkę.

Równanie równowagi stanu granicznego, gdy próbka jest nieobciążona wyraża równanie:

$$\vec{G} + \vec{W} + \vec{U}_f + \vec{T}_c = \vec{0}, \quad (12.42)$$

gdzie \vec{T}_c oznacza siłę tarcia na wspomnianej powierzchni kontaktu próbki ze ściankami przewodu i równa się:

$$\vec{T}_c = \kappa \vec{N}, \quad (12.43)$$

przy czym κ jest współczynnikiem tarcia, a \vec{N} jest siłą normalną do płaszczyzny poślizgu.

Siłę \vec{N} możemy obliczyć ze wzoru:

$$\vec{N} = \xi \sigma_{33} F_b, \quad (12.44)$$

gdzie ξ jest współczynnikiem parcia bocznego, F_b jest powierzchnią styku próbki ze ściankami przewodu, a więc:

$$\vec{N} = \frac{1}{2} \xi F_b l [-(1-f) \rho_{os} g - \rho g H_{,3}]. \quad (12.45)$$

Podstawiając wzór (12.44) do wzoru (12.43) i korzystając z równania wektorowego (12.42) dostajemy:

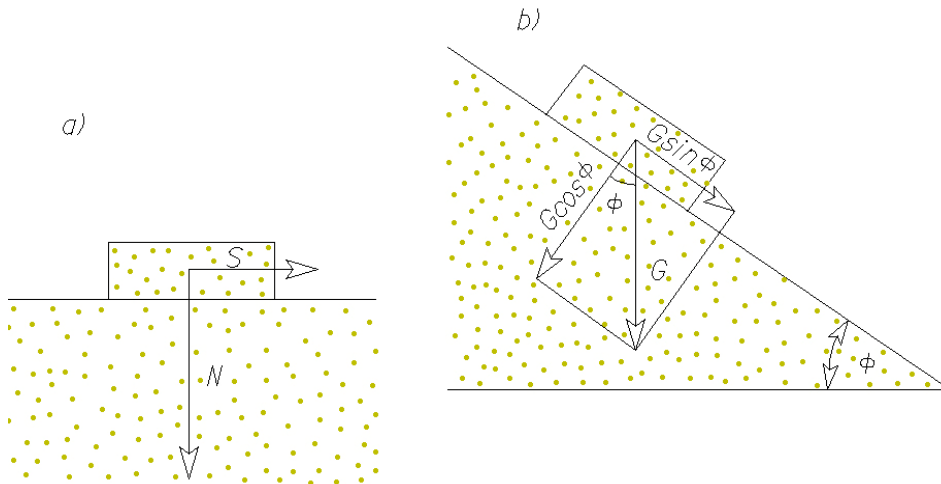
$$\left(Fl + \frac{1}{2} \kappa \xi F_b l \right) [-(1-f) \rho_{os} g - \rho g H_{,3}] = 0. \quad (12.46)$$

Ponieważ $\left(Fl + \frac{1}{2} \kappa \xi F_b l \right) > 0$, więc spadek krytyczny wyraża się takim samym wzorem jak uzyskany z pominięciem tarcia:

$$I_{kr} = -(1-f) \frac{\rho_{os}}{\rho}.$$

Dzieje się tak, dlatego, że naprężenie σ_{33} w momencie osiągnięcia stanu granicznego, gdy próbka jest nieobciążona jest równa zero, a tym samym zgodnie ze wzorem (12.46) tarcie również jest równe zero.

Rozważmy bardziej ogólny przypadek wyparcia gruntu. Rozważmy warunek stateczności kostki ośrodka porowatego ułożonej na powierzchni tego samego ośrodka – rys. 12.8



Rys. 12.8. Schemat rozpatrywanego zagadnienia stateczności: a) siła normalna i styczna, b) rozkład siły ciężkości.

Dla przypadku gruntów bez kohezji (np. grunty sypkie) warunek stateczności „kostki” takiego ośrodka możemy zapisać w postaci:

$$\vec{P} \geq \vec{N} \kappa, \quad (12.47)$$

gdzie \vec{P} oznacza siłę działającą na kostkę styczną do powierzchni kontaktu, \vec{N} oznacza siłę działającą na kostkę normalną do powierzchni kontaktu, a κ oznacza współczynnik tarcia pomiędzy kostką i ośrodkiem (rys. 12.8). rozważmy przypadek, gdy powierzchnia tworzy równię pochyłą nachyloną do poziomu pod kątem nachylenia stoku naturalnego ϕ . Załóżmy, że jedyną siłą, jaka działa na kostkę jest siła masowa ciężkości \vec{G} . Rozłóżmy, tę siłę na składową normalną i styczną do powierzchni poślizgu. Zapiszmy warunek w stanie równowagi granicznej:

$$\vec{G} \sin \varphi = \aleph \vec{G} \cos \varphi, \quad (12.48)$$

a stąd dostajemy, że współczynnik tarcia \aleph równa się:

$$\aleph = \operatorname{tg} \varphi. \quad (12.49)$$

Rozważmy teraz stateczność kostki w warunkach, gdy odbywa się filtracja cieczy lepkiej przez pory kostki. W tym przypadku działają na nią dodatkowo siła wyporu i siła unoszenia filtracji. Suma sił masowych działających w warunkach filtracji na „kostkę” wyniesie:

$$\vec{S} = Fl \left[-(1-f) \rho_s g \vec{i}_3 + (1-f) \rho g \vec{i}_3 + \frac{\rho g}{k} \vec{v} \right]. \quad (12.50)$$

Oznaczmy przez \vec{G}^* siłą ciężaru kostki z uwzględnieniem wyporu powyższy wzór można przedstawić w następującej postaci:

$$\vec{S} = \vec{G}^* + \frac{|\vec{G}^*| \rho \vec{v}}{k(1-f) \rho_{os}}, \quad (12.51)$$

gdzie

$$\vec{G}^* = V(1-f) g \rho_{os}. \quad (12.52)$$

Zakładając, że rozważamy warunek dla zadania płaskiego w układzie osi x_1 i x_3 siłę normalną i styczną działającą na kostkę możemy wyrazić wzorami:

$$\begin{aligned} \vec{N} &= \left[\vec{G}^* + \frac{|\vec{G}^*| \rho v_3 \vec{i}_3}{k(1-f) \rho_{os}} \right] \cos \alpha - \left[\frac{|\vec{G}^*| \rho v_1 \vec{i}_1}{k(1-f) \rho_{os}} \right] \sin \alpha, \\ \vec{P} &= \left[\vec{G}^* + \frac{|\vec{G}^*| \rho v_3 \vec{i}_3}{k(1-f) \rho_{os}} \right] \sin \alpha + \left[\frac{|\vec{G}^*| \rho v_1 \vec{i}_1}{k(1-f) \rho_{os}} \right] \cos \alpha. \end{aligned} \quad (12.53)$$

Wstawiając powyższe równania do warunku stateczności (12.47) z uwzględnieniem (12.49) dostajemy:

$$\left[1 + \frac{\rho v_3 \vec{i}_3}{k(1-f) \rho_{os}} \right] \operatorname{tg} \alpha + \frac{\rho v_1 \vec{i}_1}{k(1-f) \rho_{os}} \geq \left[1 + \frac{\rho v_3 \vec{i}_3}{k(1-f) \rho_{os}} - \frac{\rho v_1 \vec{i}_1}{k(1-f) \rho_{os}} \operatorname{tg} \alpha \right] \operatorname{tg} \varphi. \quad (12.54)$$

gdzie φ kąt tarcia wewnętrznego ośrodka porowatego nawodnionego. Stąd kryterium utraty stateczności filtracyjnej nieobciążonego gruntu na skutek działania sił unoszenia filtracji można przedstawić w postaci związku:

$$\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{k(1-f) \rho_{os} \operatorname{tg} \varphi + \rho v_3 \operatorname{tg} \varphi - \rho v_1}{k(1-f) \rho_{os} + \rho v_3 + \rho v_1 \operatorname{tg} \varphi}. \quad (12.55)$$

Rozważmy dwa przypadki szczególne powyższego kryterium stateczności filtracyjnej:

Przypadek I.

Założmy, że filtracja odbywa się w kierunku pionowym przeciwnym do działania siły ciężkości $v_1 = -v$ i $v_3 = 0$, a rozpatrywana powierzchnia ma kat nachylenia $\alpha = 0$. Warunek stanu granicznego sprowadzi się do postaci:

$$k(1-f)\rho_{os}tg\varphi - \rho v tg\varphi \leq 0. \quad (12.56)$$

Stąd dostaniemy warunek na stan graniczny wywołany siłami filtracji w postaci:

$$v \geq \frac{k(1-f)\rho_{os}}{\rho}, \quad (12.57)$$

co oczywiście prowadzi do określenia wielkości spadku krytycznego:

$$I_{kr} = -(1-f)\frac{\rho_{os}}{\rho}, \quad (12.58)$$

uzyskanego w poprzednich rozważaniach.

Przypadek II.

Założmy, że filtracja odbywa się w kierunku poziomym, więc $v_1 = 0$ i $v_3 = v$, a rozpatrywana powierzchnia ma kat nachylenia $\alpha = 0$. Warunek stanu granicznego sprowadzi się do postaci:

$$k(1-f)\rho_{os}tg\varphi - \rho v \leq 0. \quad (12.59)$$

Stąd od razu dostajemy warunek na stan graniczny wywołany siłami filtracji:

$$v \geq \frac{k(1-f)\rho_{os}tg\varphi}{\rho}, \quad (12.60)$$

co prowadzi do wielkości spadku krytycznego filtracji w postaci:

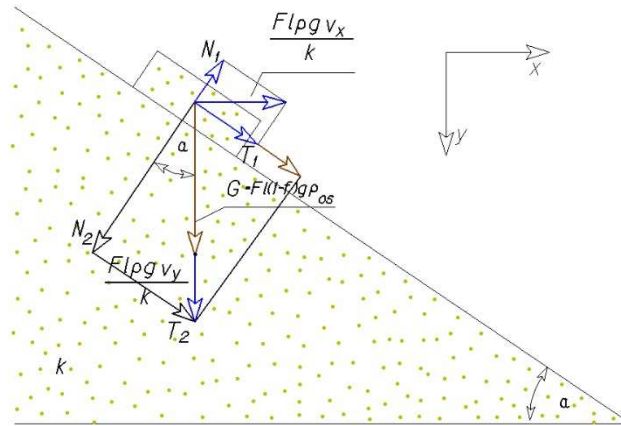
$$I_{kr} = -(1-f)\frac{\rho_{os}}{\rho}tg\varphi. \quad (12.61)$$

Ponieważ $tg\varphi < 1$, więc przypadku filtracji w kierunku poziomym jest jak widać ze względu na wyparcie filtracyjne bardziej niebezpieczny.

Doświadczenia III.

Spróbujmy teraz odpowiedzieć na następujące pytanie: jaki kierunek wektora prędkości filtrującej cieczy przez sypki ośrodek porowaty jest najbardziej niekorzystny, ze względu na wyparcie filtracyjne gruntu i jaki jest towarzyszący temu przypadkowi lokalny spadek krytyczny.

Wprowadźmy kąt pomiędzy wektorem prędkości filtracji a płaszczyzną poziomą β - rys.12.9.



Rys. 12.9 Schemat dla doświadczenia nr III.

Przy założeniu, że oś x_3 jest skierowana w zgodzie z kierunkiem działania siły grawitacji, składowe wektora prędkości filtracji można przedstawić w postaci:

$$v_1 = v \cos \beta \quad , \quad v_3 = -v \sin \beta \quad (12.62)$$

Wstawiając powyższe zależności do wyrażenia (12.54) i zakładając stan równowagi granicznej można zapisać:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k(1-f)\rho_{os} \operatorname{tg} \varphi + \rho v \sin \beta \operatorname{tg} \varphi - \rho v \cos \beta}{k(1-f)\rho_{os} \operatorname{tg} \varphi + \rho v \cos \beta \operatorname{tg} \varphi + \rho v \sin \beta} \quad (12.63)$$

a stąd można obliczyć I_{kr} wzorem:

$$I_{kr} = -\frac{v_{kr}}{k} = -\frac{(1-f)\rho_{os}(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \alpha)}{\rho \sin \beta (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \alpha) + \rho \cos \beta (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha)} \quad (12.64)$$

Poszukajmy, dla jakiej wartości kąta β spadek krytyczny osiąga ekstremum (w tym przypadku minimum). Policzmy:

$$\frac{dI_{kr}}{d\beta} = \frac{(1-f)\rho_{os}(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \alpha) [\cos \beta (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \alpha) - \sin \beta (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha)]}{\rho [\sin \beta (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \alpha) + \cos \beta (1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha)]^2} = 0 \quad (12.65)$$

co pozwala wyznaczyć β_{\min} w postaci:

$$\beta_{\min} = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha} \right) \quad (12.66)$$

Wstawiając β_{\min} do wzoru (12.65) dostajemy wyrażenie na minimalny spadek krytyczny:

$$I_{kr \min} = -\frac{(1-f)\rho_{os}(1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha)^2 \sin \beta_{\min}}{\rho} \quad (12.67)$$

Gdy $\alpha = 0$, tzn, gdy płaszczyzna pozioma stanowi płaszczyznę wypływu wody mamy $\beta_{\min} = \varphi$ i minimalny spadek krytyczny wynosi:

$$I_{kr\min} = -\frac{(1-f)\rho_{os}\sin\varphi}{\rho} \quad (12.68)$$

Jak widać nasze doświadczenie prowadzi do wniosku, że spadek krytyczny zależy w istotny sposób od wielkości kąta tarcia wewnętrznego w przypadku gruntów sypkich. Ponieważ piaski drobne i pylaste mają niewielką wartość kąta wewnętrznego, więc są one bardzo podatne na upłynnienie i wyparcie (zjawisko kurzawkowe).

Efekt utraty stateczności filtracyjnej może nastąpić przy relatywnie małych wartościach spadku hydraulicznego. Każdorazowo, gdy mamy, więc do czynienia z przepływem filtracyjnym oprócz sprawdzenia czy w danych warunkach nie wystąpiło zjawisko uplastycznienia gruntu powinniśmy sprawdzić możliwość wystąpienia utraty stateczności filtracyjnej.

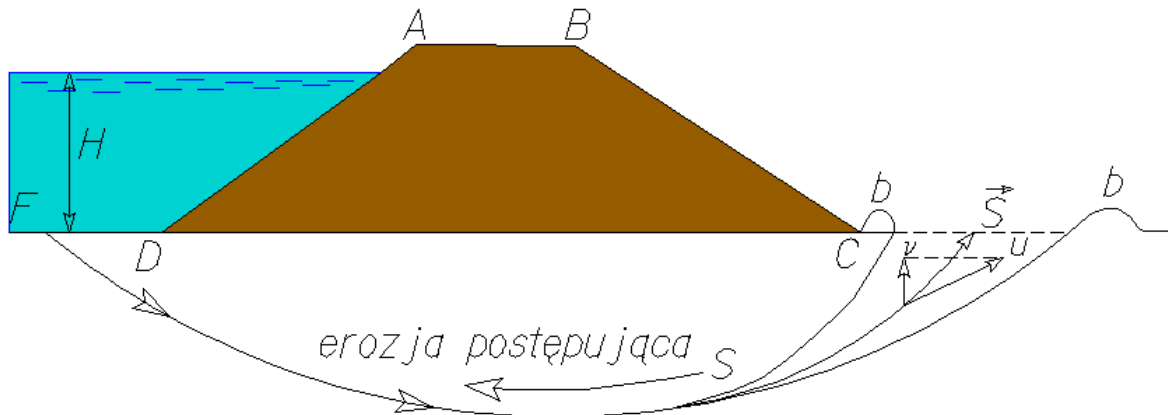
12.2.1 Stateczność filtracyjna grodzy zbudowanej z materiału nieprzepuszczalnego na warstwie przepuszczalnej.

Zachowanie się gruntu pod wpływem działania siły masowej \vec{p}_s zwanej ciśnieniem sphywowym, omówiliśmy szczegółowo w poprzednim podrozdziale. W praktyce inżynierskiej spotykamy się często z tym zjawiskiem podczas wykonywania różnego rodzaju robót ziemnych (wykopy fundamentowe instalacji i budynków, kopalnie odkrywkowe) oraz w przypadku budowli hydrotechnicznych (grodze ziemne, zapory wodne, jazy itp.).

Nie uwzględnienie tych zjawisk zarówno na etapie analiz wstępnych (studium wykonalności obiektu) oraz w fazie obliczeń projektowych może prowadzić do poważnych awarii, uszkodzeń sprzętu budowlanego, a nawet do zagrożenia życia ludzkiego.

W przypadku istniejących obiektów hydrotechnicznych należy zwrócić uwagę na występowanie po stronie odpowietrznej budowli zmianę barwy gruntu, występowanie drobnych wycieków ze skarp, lub w pobliżu budowli hydrotechnicznej. Zaobserwowane efektem mogą być wskazówką, że w obszarze tym występuje zjawisko sufozji, co może być w przyszłości przyczyną katastrofy.

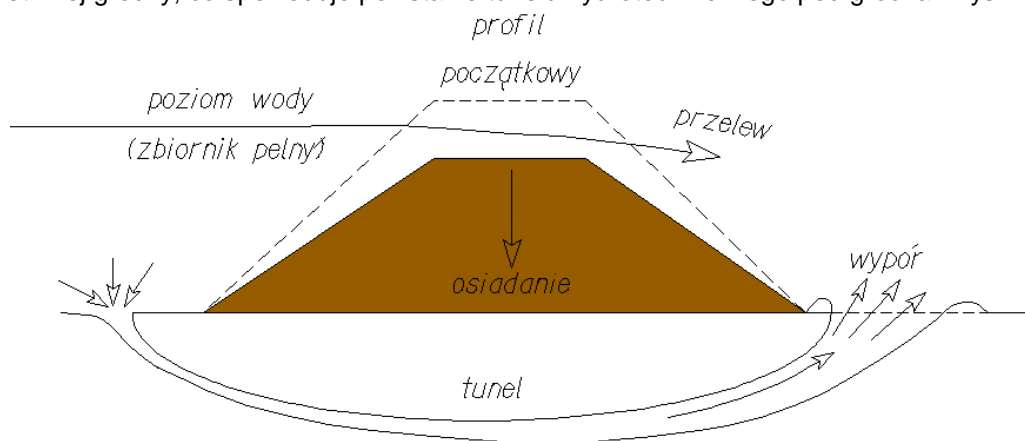
Wytlumaczymy to na przykładzie grodzy ziemnej – rys. 12.10.



Rys. 12.10 Proces erozji postępującej pod grodzą ziemną na skutek działania ciśnienia sphywowego.

Założmy, że podłoże grodzy ziemnej stanowi grunt o wysokim współczynniku różnoziarnistości. W pobliżu powierzchni terenu o podnóża grodzy ziemnej po stronie odpowietrznej zaobserwowano liczne źródła wody i wmywanie drobnych cząstek ośrodka. Po pewnym czasie proces wmywania ustaje i obserwujemy jedynie zwiększony wydatek źródełek. Rozważmy linię prądu wychodzącą z punktu F po stronie odwodnej na rys. 4.48. Przy jej wylocie obserwujemy omówione wyżej zjawisko. Zakładamy oczywiście, że w ośrodku istnieją warunki sprzyjające powstaniu zjawiska sufozji (duża różnica wysokości hydraulicznej, znaczna wielkość współczynnika różnoziarnistości). Proces ten może być bardzo powolny i możemy go określić mianem erozji postępującej podłoża. Może też wystąpić w sposób dość gwałtowny, co obserwowano w licznych miejscach wałów przeciwpowodziowych, które uległy awarii w czasie wielkiej powodzi w 1997 r. (głównie rzeka Odra). W obydwu przypadkach następuje zmiana warunków hydrogeologicznych podłoża – wzrasta współczynnik filtracji. Wzdłuż linii prądu obserwujemy przy niezmiennym się spadku hydraulicznym wzrost prędkości filtracji, co dodatkowo sprzyja rozszerzaniu się strefy sufozji. Gdy prędkość filtracji przekroczy wartość prędkości krytycznej

dla danego gruntu może nastąpić upłynnienie gruntu i w efekcie końcowym jego wypór po stronie odpowietrznej grodzy, co spowoduje powstanie tunelu hydrotechnicznego pod grodzą – rys. 12.11



Rys.12.11 Możliwy mechanizm katastrofy wywołanej działaniem ciśnienia sphywowego.

Prowadzi to do szybkiego osiadania grodzy w tym obszarze, co z kolei może spowodować przelew ponad grodzą i w rezultacie zniszczenie grodzy ziemnej. Podobne efekty mogą wystąpić w strefie wysięku ze zbocza grodzy ziemnej.

Powyższe rozważania prowadzą do wniosku, że w przypadku prac ziemnych i budowli hydrotechnicznych w szczególności oprócz obliczeń konstrukcji ziemnych w stanie granicznym wywołanym przekroczeniem granicy wytrzymałości gruntu na ścinanie, należy sprawdzić możliwość utraty stateczności filtracyjnej ośrodka biorąc pod uwagę możliwość zmiany warunków hydrogeologicznych podłoża na skutek erozji postępującej.

12.3 Literatura