1. PODSTAWOWE POJĘCIA Z ZAKRESU MECHANIKI OŚRODKÓW POROWATYCH

Tomasz Strzelecki Andrzej Kaźmierczak

1.1 Modelowanie procesów w geoinżynierii.

Musimy na wstępie odpowiedzieć sobie na pytanie, czym zajmuje się mechanika ośrodków porowatych często określana jako geoinżynierii ze względu na ilość zastosowań dotyczących mechaniki ośrodków porowatych w geoinżynierii i jaki jest zakres zagadnień, jakimi inżynier geotechnik się zajmuje. Najogólniej można powiedzieć, że wszystkie zagadnienia dotyczące ośrodka gruntowego i skalnego wchodzą w zakres tego, czym zajmuje się mechanika ośrodków porowatych. Podstawy naukowe tej dziedziny wiedzy są przedmiotem mechaniki gruntów i skał, fundamentowania oraz wielu prac w zakresie teorii homogenizacji i mechaniki teoretycznej. Zagadnienia geotechniczne obejmują również wiele zagadnień z zakresu budownictwa podziemnego, górnictwa, ochrony środowiska oraz budowy dróg i kolei.

Podobnie jak w innych dziedzinach inżynierskich w celu określenia odpowiedzi na istotne z punktu inżynierskiego pytania staramy się dociec, co dzieję się z określoną konstrukcją, gdy znamy, lub przewidujemy oddziaływania zewnętrzne na tą konstrukcję. Instrumentem, który pozwala nam wniknąć w procesy, jakim podlega rozpatrywane przez nas medium jest przyjęty model matematyczny opisujący związki przyczynowo – skutkowe oparte na teorii najczęściej mającej swoje źródło w zależnościach fenomenologicznych pomiędzy wielkościami fizycznymi na przykład pomiędzy przemieszczeniami odkształceniami i naprężeniami, czy prędkościami przemieszczenia, prędkościami odkształcenia, przyspieszeniami i siłami. Ogólne zasady i związki określa dziedzina nauki, jaką jest mechanika będąca działem fizyki ciała stałego i płynów. Bardziej zaawansowane modele matematyczne uwzględniają wpływ pola temperatury, procesów chemicznych, pola elektrycznego i magnetycznego na zachodzące w środowisku gruntowym i skalnym procesy. Modele te mogą mieć zastosowanie również w opisie procesów zachodzących w materiałach budowlanych.

Czym jest więc w istocie model matematyczny będący podstawą wszelkich rozwiązań praktycznych w geoinżynierii? Możemy go zdefiniować, jako uproszczony zapis matematyczny rzeczywistego procesu określającego podstawowe relacje przyczynowo – skutkowe. Model może określać ścisłe relacje pomiędzy skutkiem i przyczyną. Wówczas mamy do czynienia z modelowanie deterministycznym. W wielu przypadkach procesów rzeczywistych problem możemy ocenić jedynie z określonym prawdopodobieństwem. Wówczas mamy do czynienia z modelowaniem stochastycznym.

Metody probabilistyczne są obecnie często stosowane w mechanice (szczególnie w zagadnieniach dotyczących niezawodności konstrukcji inżynierskich), w tym również mechanice gruntów i skał oraz jej inżynierskich zastosowaniach. W omawianych przez autorów niniejszej pracy problematyka ta jest potraktowana drugorzędnie, ponieważ w zastosowaniach praktycznych dominują obecnie modele deterministyczne oraz z faktu, że modele probabilistyczne są na tyle złożone, że wymagają zaawansowanej wiedzy w zakresie rachunku prawdopodobieństwa. Dodatkowo przyczynę takiego stanu rzeczy można upatrywać w następujących faktach, które według [Puły, 2004]:

dla zdecydowanie większość objętych modelowaniem obszarów brak wystarczającej bazy danych statystycznych określająca niejednorodność ośrodka gruntowego, lub spękanego górotworu

relatywnie słaby rozwój probabilistycznego modelowania cech górotworu konserwatywna postawa większości środowiska geotechnicznego, które sceptycznie zapatruje się na możliwość zastosowania uniwersalnych miar bezpieczeństwa, zwłaszcza opartych na podejściu probabilistycznym, do bardzo różnorodnych i skomplikowanych sytuacji geoinżynierskich.

W dużym uproszczeniu model jest czymś, co przez obserwatorów nieposiadających wiedzy z danej dziedziny określane jest „czarną skrzynką”, która mając na wejściu podane przyczyny zjawiska potrafi dzięki zawartych w niej metodach obliczeniowych i operacjach logicznych) określić wywołane tymi przyczynami skutki.

Aby w sposób prawidłowy przystąpić do modelowania interesującego nas procesu należy przede wszystkim zdefiniować problem oraz uproszczenia, jakie możemy wprowadzić do opisu procesu, które naszym zdaniem nie wpływają w istotny sposób na wynik końcowy, a w znacznym stopniu upraszczają zagadnienie. W wielu przypadkach zdajemy sobie na przykład sprawę, że proces nie jest procesem izotermicznym, jednakże założenie właśnie izotermiczności w znacznym stopniu ułatwia opis matematyczny problemu. Będziemy więc, przedstawiać modele matematyczne poczynając od najprostszych, gdzie ilość założeń upraszczających jest duża, za to modele matematyczne są bardzo proste, aż po modele złożone, które dużo lepiej odzwierciedlają proces rzeczywisty, choć ich rozwiązanie wymaga użycia złożonych metod obliczeniowych. Decyzja o przyjęciu do rozważań praktycznych wybranego modelu matematycznego zależy w dużym stopniu od specjalisty zajmującego się konkretnym zagadnieniem technicznym z uwzględnieniem norm i standardów obowiązujących w danym kraju. Wybór ten jest często niełatwy i wymaga uzasadnienia w podejmowaniu decyzji.

1.2. Metodologia budowy modelu.

Szczegółowy opis procesu rzeczywistego pokazuje od jak wielu czynników zależy przebieg interesującego nas zjawiska. Przykładowo, jeżeli chcemy określić, od czego zależy wydatek wody pompowanej wody ze studni łatwo zauważymy, że istnieje bardzo wiele czynników, które być może powinniśmy wziąć pod rozwagę. Część z nich dotyczyłaby ośrodka gruntowego, jego struktury i tekstury, układu warstw i ich uformowania przestrzennego, niejednorodności i anizotropowości poszczególnych warstw, infiltracji, zawartości powietrza w wodzie, rozkładu temperatury wody, wpływu pola elektrycznego i magnetycznego itp. Uwzględnienie tych wszystkich parametrów prowadziłoby do skomplikowanego opisu procesu przepływu wody przez grunt. Natrafilibyśmy również na brak danych dotyczących parametrów fizycznych niezbędnych do opisu poszczególnych cech zarówno fazy stałej i ciekłej ośrodka. Widzimy więc, że podejmując się zadania budowy modelu, tworzymy pewien abstrakcyjny, uproszczony model procesu rzeczywistego, który pozwala jednakże na dostatecznie dokładny opis zjawiska. Uproszczenia, które wprowadzamy do modelu dotyczą:

- Wpływu niejednorodności ośrodka na opis procesu w rozpatrywanej przez nas skali,
- Metodyki teorii homogenizacji i związanej z tą metodyką założeń
- Przyjęcie modelu deterministycznego lub stochastycznego procesu,
- Geometrii rozpatrywanego przez nas obszaru,
- Stopnia wymiarowości rozpatrywanego przez na problemu (zagadnienie jednowymiarowe, dwuwymiarowe, trójwymiarowe),
- Zależności od czasu (proces ustalony lub nieustalony),
- Odkształcalności faz modelowanego ośrodka,

- Składu chemicznego faz (szczególnie istotne przy analizie procesu transportu zanieczyszczeń),
- Własności elektrycznych ciała stałego i cieczy w przypadku gruntów spoistych (proces elektroosmozy),
- Transportu elementów ciała stałego przez ciecz,
- Cech fizycznych, mechanicznych, chemicznych fazy stałej i ciekłej,
- Możliwości zachodzenia procesów chemicznych pomiędzy fazami ośrodka,
- Istnienie źródeł, w tym źródeł cieczy, zanieczyszczeń, źródeł ciepła itp.,
- Rodzaju reżimu przepływu (przepływ swobodny, pod ciśnieniem, laminarny, turbulentny),

Mówiąc o uproszczonym modelu świata rzeczywistego nie myślimy o jedynym możliwym modelu. Często tworzonych jest wiele różnych modeli, uwzględniających wpływ różnych czynników na badany przez nas proces, uzyskiwanych odmienną procedurą badawczą. W dużym stopniu wybór przez odpowiedniego modelu zależy od kilku czynników:

- Rodzaju rozwiązywanego problemu, jego skali i zasięgu
- Dostępnych danych dotyczących badanego obszaru, dokładności urządzeń przy pomocy których określono parametry fizyczne i mechaniczne modelowanego ośrodka
- Celu, w jakim dokonujemy określonych badań lub ekspertyz (np. wpływu zjawiska przepływu na bezpieczeństwo budowli, kopalni, środowiska naturalnego)
- Dostępnych narzędzi przy pomocy których dokonujemy analiz i obliczeń (klasy komputera, oprogramowania, bazy danych) oraz wiedzy osób w zakresie numerycznego modelowania procesów
- Uwarunkowań prawnych w danej dziedzinie, w danym kraju (obowiązujące standardy, normy, przepisy prawne)

W wielu przypadkach podobne zjawisko może być rozpatrywane przy wykorzystaniu zupełnie odmiennych modeli. Na przykład proces konsolidacji gruntu może być rozpatrywany na przykład jako wynik zagęszczenia fazy stałej gruntu w wyniku wypierania z por gruntu wody, ale może być zamodelowany w ten sposób, że grunt traktuje się jako jednofazowe medium lepko-sprężyste co może być wystarczającym przybliżeniem dla obliczeń wpływu procesu konsolidacji na osiadania fundamentu budowli.

Wszystkie podane wyżej uwarunkowania prowadzą do sformułowania modelu matematycznego zjawiska. Najczęściej modele takie budowane są na bazie mechaniki ośrodków ciągłych. Punktem wyjścia do sformułowania modelu są znane z fizyki fenomenologiczne prawa opisujące podstawowe związki konstytutywne, równania zachowania pędu, masy, energii. Istnieją dwie różne drogi do zdefiniowania równań modelu.

Pierwsza, tradycyjna opiera się na założeniu, że rozważany ośrodek jest jednorodny. Dla tego ośrodka definiuje się nieskończenie mały element reprezentatywny VER, dla którego określa się podstawowe równania fizyczne.

Dla tak określonego obszaru elementarnego zapisuje się komplet równań obejmujący:

- Równań konstytutywnych określających związki fizyczne pomiędzy wielkościami opisującymi proces (zależność gęstości od ciśnienia i temperatury, zależność odkształcenia ciała stałego od naprężeń oraz ciśnień porowych i temperatury itp.)
- Równań ruchu, lub równań równowagi
- Równań zachowania odpowiednich wielkości fizycznych (np. zachowania masy, energii, entropii)

W rezultacie dostajemy układ równań różniczkowych cząstkowych, które w przypadku zastosowania odpowiednich założeń upraszczających sprowadzają się do często do jednego równania, a w przypadkach zagadnień jednowymiarowych równania różniczkowego zwyczajnego.

Do pełnego i jednoznacznego zdefiniowania problemu konieczne jest określenie geometrii i topologii modelowanego obszaru oraz warunków brzegowych i początkowych na brzegach tego obszaru.

Druga metoda opiera się na założeniu, że każde ciało, lub ośrodek, który będziemy traktować jako jednorodny jest w skali mikroskopowej niejednorodny. W dziedzinie mechaniki mówiąc o materiałach niejednorodnych myślimy o materiałach kompozytowych, mieszaninach cieczy, ośrodkach złożonych z cieczy i cząstek ciała stałego lub o ośrodkach porowatych. Zastanawiając się głębiej nad strukturą dowolnego materiału dojdziemy do wniosku, że wszystkie znane nam materiały są w określonej skali niejednorodne. Jednak niektóre ośrodki tracą swoją jednorodność dopiero po przejściu do skali atomowej. Najczęściej obserwując pewien obszar materiału dostrzegamy dużą ilość niejednorodności. Opis procesów fizycznych w takich przypadkach staje się zagadnieniem trudnym, czasem niemożliwym, jeśli wszystkie rodzaje niejednorodności ośrodka mają być wzięte pod uwagę. Dlatego też, powstała idea określenia, jeżeli to możliwe, ośrodka makroskopowo - ekwiwalentnego. Pomysł ten powstał w mechanice bardzo dawno, i stanowi jeden z klasycznych założeń w budowie modeli ośrodków ciągłych, w których definiuje się materiał, jako w swojej masie „średnio" jednorodny.

W dalszym ciągu skalę niejednorodności określać będziemy skalą mikroskopową lub lokalną, w przeciwieństwie do skali makroskopowej, skali w której będziemy definiować ośrodek ekwiwalentny - jednorodny, przy czym w skali tej może występować niejednorodność typu geometrycznego lub fizycznego lub geometrycznego i fizycznego. Skalą, w której możemy określić niejednorodność może być pojedynczą skalą niejednorodności. Dla niektórych typów ośrodka daje się określić dwie lub więcej skal niejednorodności. Przykładem mogą być prace poświęcone podwójnej skali niejednorodności np. prace [Auriault i Boutin ,1992,1993] i [Auriault, Royer, 1993a,1993b]. Dla każdej z tych skal można określić wymiar charakterystyczny dla tej skali i określić obszar reprezentatywny VER. Dla procesów, w których opis procesu przebiega w czasie może wystąpić również skala niejednorodności związana ze zmienną czasową. Obszar reprezentatywny VER jest określany wówczas w czterowymiarowej przestrzeni lokalnej, gdzie niejednorodności geometryczne są zastąpione niejednorodnością czasoprzestrzenną.

Opis w skali makroskopowej ciała złożonego z materiałów niejednorodnych polega na określeniu związków fizycznych, równań bilansu wielkości fizycznych i parametrów efektywnych ośrodka jednorodnego w miejsce znanych związków fizycznych, równań bilansu wielkości i parametrów fizycznych w skali niejednorodności dla obszaru reprezentatywnego VER. Punktem wyjścia modelowania jest więc opis matematyczny zapisany na poziomie niejednorodności, więc dyskretna struktura ośrodka porowatego jest uwzględniana w budowie ekwiwalentnego ośrodka makroskopowego. Studia te polegające na znalezieniu przejścia z jednej skali do drugiej są istotą podejmowanych prac badawczych w teorii homogenizacji

Istnieją dwa podejścia do rozwiązania tak zdefiniowanego problemu: jedno zakłada, że obszar elementarny jest powtarzalnym elementem, z którego składa się rozważany obszar i wówczas mamy do czynienia z teorią ośrodków periodycznych, drugi, gdy zakładamy model stochastyczny ośrodka.

Równania opisujące procesy na poziomie mikroskopowym są następnie przy wykorzystaniu określonej techniki w pewnym sensie uśredniane w celu uzyskania równań makroskopowych i parametrów efektywnych uzyskanego tą drogą modelu ośrodka jednorodnego.

Metody teorii homogenizacji podzielić można na metody zakładające periodyczność lub losowość ośrodka. Matematyczne podstawy homogenizacji struktur periodycznych (HSP) przedstawili Benssoussan, Lions i Papanicolau (1978), metoda następnie rozwijana była przez Sancheza-Palencię (1980) i in. Z metod zakładających losowość ośrodka wymienić można metodę modelowania stochastycznego Krönera (1986), metody samostabilizujące (Zaoui 1987), Metody Gelhara (1987), Matherona (1967), oraz przedstawiane przez licznych autorów metody średnich.

Teoria asymptotycznej homogenizacji posługuje się dwiema skalami – mikroskopową, będącą skalą niejednorodności, oraz makroskopową, dla ośrodka ekwiwalentnego (taktowanego, jako jednorodny). Stosunek skali opisuje parametr $\varepsilon = \frac{l}{L}$, gdzie l jest wymiarem REV, natomiast L jest wymiarem w skali makroskopowej. Warunkiem możliwości skorzystania z tej metody jest rozdzielność skal, zatem parametr ε musi spełniać warunek $\varepsilon < 0.1$ (Strzelecki i in. 1996). Wielkości L odpowiada zmienna X, natomiast wielkości l – zmienna Y. Dla obydwu układów definiuje się zmienne bezwymiarowe: w skali makro $x = X / L$ (tzw. zmienna wolna) i w skali mikro $y = Y / l$ (tzw. zmienna szybka), przy pokrywającym się układzie współrzędnych można napisać $x = y\varepsilon$ gdy układem odniesienia jest skala mikro, i $y = x / \varepsilon$, gdy układem odniesienia jest skala makro. Operator różniczkowy teorii homogenizacji ma postać

$$\frac{df}{dx_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial f}{dy_i} \tag{0.0.1}$$

Rozwiązanie zagadnienia polega na znormalizowaniu równania opisującego proces, czyli sprowadzeniu wartości fizycznych do bezwymiarowych funkcji parametru ε, następnie rozwinięciu asymptotycznym funkcji:

$$f(x,y) = f^{(0)}(x,y) + \varepsilon f^{(1)}(x,y) + \varepsilon^2 f^{(2)}(x,y) + \ldots + \varepsilon^i f^{(i)}(x,y), \tag{0.0.2}$$

i po identyfikacji członów odpowiadających danej potędze parametru ε i założeniu $\varepsilon \to 0$, rozwiązaniu otrzymanych równań różniczkowych i powrocie do wartości fizycznych.

Wśród licznych prac dotyczących ośrodków porowatych wymienić można rozwiązanie zagadnienia izotermicznego przepływu cieczy przez ośrodek porowaty przez Ene i Sanchez-Palencię (1975), pracę dotyczącą drgań (Sanchez-Palencia 1980), rozwiązanie przepływu gazu (Auriault, Strzelecki i Bauer 1990), rozwiązanie przewodzenia ciepła w ośrodku porowatym (Auriault 1983), rozwiązania transportu zanieczyszczeń przez dyfuzję (Auriault i Lewandowska 1993) i adwekcję (Auriault i Lewandowska 1996). Zagadnieniami dla skali wielokrotnej zajmował się Auriault (1991). Rozwiązanie zagadnienia propagacji fal w ośrodku poro-sprężystym, odpowiadające modelowi M.A. Biota uzyskali Burridge i Keller (1982).

Studia dotyczące materiałów o strukturach losowych wymagają często wstępnego założenia stacjonarności lub quasi stacjonarności zagadnienia. Ta hipoteza odpowiada własności periodyczności w strukturach periodycznych wprowadzających własność niezmienności przez przesunięcie o okres między najbardziej rozpowszechnionymi metodami homogenizacji. Wg. [Kröner, 1972] metoda stochastyczna (MS) daje identyczne rozwiązania jak metody samostabilizujące w przypadku, gdy mamy do czynienia z ośrodkiem o całkowitym braku uporządkowania. Z drugiej strony dla kompozytu sprężystego wartości współczynników efektywnych sprężystości ma zapis formalny identyczny uzyskany metodą (MS) dla kompozytu losowego lub metodą HSP dla przypadku kompozytu periodycznego - patrz [Kröner, 1980, Strzelecki, Żak, Kostecki,2008].

W przypadku teorii ośrodków periodycznych definiujemy równania dla każdego z podzbiorów obszaru i rozwiązujemy w skali mikro odpowiednio określone zagadnienie brzegowe. Jeżeli dla przykładu rozpatrujemy przepływ lepkiej ściśliwej cieczy przez nieodkształcalny ośrodek porowaty określamy układ równań dla cieczy obejmujący:

- Równania konstytutywnego określającego zależność gęstości cieczy od ciśnienia,
- Równania ruchu
- Równania ciągłości przepływu cieczy
- Warunków granicznych (brzegowych i początkowych)
- Warunków periodyczności

Rozwiązanie tego zagadnienia w skali mikroskopowej pozwala po obliczeniu wartości średnich określić równania procesu w skali makroskopowej często odbiegające od równań w skali mikroskopowej oraz uzyskujemy precyzyjny sposób na obliczanie wielkości parametrów efektywnych w skali makro zawierających uśredniony wpływ niejednorodności wynikających ze skali mikro.

Każda z omawianych metod prowadzi do określenia w skali makroskopowej przedstawione wyżej układu równań definiującego model matematyczny zjawiska. Model wymaga następnie uzupełnienia o następujące elementy:

- Określenie geometrii i topologii rozważanego obszaru
- Określenia funkcji źródeł, jeżeli takie funkcje w naszym obszarze występują
- Zdefiniowanie warunków początkowych, jeżeli proces odbywa się w czasie
- Określenie warunków brzegowych rozważanego zagadnienia.

Model matematyczny rozważanego zagadnienia sprowadza się do określenia w skali makroskopowej postaci równania lub układu równań różniczkowych cząstkowych i warunków granicznych lub brzegowych.

1.3 Rozwiązywanie zagadnień granicznych.

1.3.1 Metoda analityczna poszukiwania rozwiązania.

Metoda analityczna polega na znalezieniu rozwiązania zagadnienia w postaci zamkniętej. Oznacza to, że uzyskujemy rozwiązanie zagadnienia w postaci funkcji określających poszukiwane wielkości wyrażone przy pomocy funkcji elementarnych. Ideałem byłaby możliwość uzyskania każdego rozwiązania zagadnienia brzegowego lub granicznego w takiej postaci. Istnieje bowiem w takim przypadku możliwość przeprowadzenia dowolnej analizy badanego procesu w oparciu o narzędzia analizy matematycznej. W większości przypadków zagadnienie graniczne lub brzegowe jest zbyt skomplikowane ze względu na nieregularność badanego obszaru, nieregularność funkcji źródeł, złożoną postać równań różniczkowych cząstkowych i nie potrafimy znaleźć rozwiązania metodą analityczną. Pozostaje nam poszukiwanie rozwiązania przybliżonego przy wykorzystaniu jednej z metod numerycznych. Musimy jednak zdawać sobie sprawę, z faktu, ze każda z metod numerycznych wymaga weryfikacji, a najlepszą metodą sprawdzenia prawidłowości uzyskiwania rezultatów obliczeń określoną metodą jest porównanie wyników z rozwiązaniem analitycznym szczególnych przypadków danego zagadnienia. Dlatego należy podkreślić istotne znaczenie znajomości rozwiązań analitycznych nawet wówczas, gdy większość rozwiązań uzyskiwać będziemy w oparciu o znane i wciąż rozwijane obecnie metody numeryczne. W niniejszej monografii poświęcimy jednakże dużo miejsca metodom uzyskiwania rozwiązań zagadnień granicznych lub brzegowych metodami analitycznymi, gdyż one właśnie wyrabiają najlepiej u czytelników tak zwaną intuicję inżynierską. Wiele przedstawionych rozwiązań należy do rodziny rozwiązań klasycznych, jednakże ze względu na spójność monografii i jej przejrzystość rozwiązania te będą szczegółowo w pracy omówione.

W szczególnych przypadkach postać rozwiązania analitycznego wymaga użycia ostatecznie obliczeń wykorzystujących programy komputerowe. Uzyskane konkretne rezultaty obliczeń mimo znajomości postaci zamkniętej rozwiązania (np. rozwiązania wyrażonego przy pomocy funkcji eliptyczno-całkowych) są wynikiem pewnego przybliżenia, zależnego od wyboru metody numerycznej obliczeń.

1.3.2. Metody obliczeń numerycznych.

Wykorzystanie metod numerycznych może dotyczyć rozwiązania zagadnienia granicznego lub brzegowego jedną ze znanych metod rozwiązywania równań różniczkowych jak np. metody różnic skończonych lub elementów skończonych lub metod rozwiązywania równań całkowych, do których sprowadza się zagadnienie przy wyborze jednej z metod elementów brzegowych.

W celu wykonania obliczeń numerycznych konieczne jest wykorzystanie często różnych narzędzi informatycznych pozwalających na zbudowanie spójnego modelu obliczeniowego w tym:

- programów do obliczeń aproksymacji równań różniczkowych lub całkowych,
- programów z zakresu interpolacji umożliwiających określenie linii lub powierzchni brzegowej ograniczającej rozpatrywany przez nas obszar (warstwę geologiczną, poziom wodonośny),
- programów z zakresu obliczeń statystycznych umożliwiających estymację danych do obliczeń np. rozkładu parametrów w zakresie modelu obliczeniowego rozpatrywanego obszaru.
- baz danych przechowujących informację o parametrach fizycznych i mechanicznych obszaru, współrzędnych i numerach siatki obliczeniowej, innych danych,

Obecnie powstało wiele profesjonalnych programów komputerowych do aproksymacji numerycznej równań różniczkowych umożliwiających rozwiązanie konkretnego zagadnienia przy wykorzystaniu sprawdzonych procedur numerycznych. Każdego roku powstają nowe wersje tych programów, posiadające przyjazny interfejs użytkownika, posiadające wiele opcji wspomagające, a wręcz automatyzujące proces wprowadzania danych, generowania siatek płaskich lub przestrzennych, prezentacji wyników w postaci cyfrowej lub graficznej. Do najbardziej znanych i używanych przez inżynierów należą programy : [Mathematica5, 2003], [Matlab, 2001], [FlexPDE, 2006] lub specjalnie do obliczeń przypływów filtracyjnych : [ModFlow, 2003], do obliczeń złożonych zagadnień z zakresu geoinżynierii [Flac, 1998], do obliczeń z dziedziny mechaniki płynów [Flow 3D, 2012]

W wielu przypadkach, gdy modelowany proces jest bardzo skomplikowany, równania go opisujące są nieliniowe, jedynym rozwiązaniem, jakie nam pozostaje jest budowa własnego, autorskiego programu komputerowego, lub utworzenie skryptu w narzędziach oprogramowania FlecPDE.. Dlatego przedstawimy w monografii elementarny zakres wiedzy w zakresie podstawowych trzech metod rozwiązywania zagadnień inżynierskich opisanych modelem matematycznym : metod różnic skończonych MRS, metod elementów skończonych MES wraz z przykładami rozwiązań z zakresu teorii przepływu filtracyjnego procesów termo-filtracji, konsolidacji gruntów, termokonsolidacji. Porównanie różnych metod rozwiązywania zagadnień inżynierskich pozwala na właściwy **wybór optymalnej metody obliczeń numerycznych** dla konkretnego problemu inżynierskiego.

Zbudowanie własnego autorskiego programu wymaga znajomości rozwiązań analitycznych odniesionych do tego samego modelu, tak, aby można było dokonać weryfikacji modelu numerycznego. Proces weryfikacji odbywa się w taki sposób, że dokonujemy obliczeń konkretnego zagadnienia granicznego, lub brzegowego przy wykorzystaniu wykonanej przez procedury obliczeń numerycznych i porównujemy rezultaty obliczeń z wynikami rozwiązania analitycznego. Dokonanie porównania wyników rozwiązań analitycznego i numerycznego będziemy określać **procesem weryfikacji modelu numerycznego**.

Oprócz weryfikacji opracowanej przez nas procedury obliczeń numerycznych, konieczne jest zbadanie dokładności uzyskiwanych rezultatów w odniesieniu np. do danych eksperymentalnych. Od wyników sprawdzenia, w jakim stopniu uzyskane wyniki odpowiadają wynikom doświadczalnym zależy sposób przyjęcia odpowiedniej procedury obliczeniowej (np. przyjęcie metody bezpośredniej, lub pośredniej w obliczeniach przepływów nieustalonych), ilości kroków iteracji, przyjęcie, lub odrzucenia opracowanej metody obliczeń. Błędy aproksymacji mogą wynikać z niewłaściwych parametrów procesu iteracji. Możemy więc, mieć do czynienia z błędami wynikającymi z przyjętej procedury obliczeń numerycznych. Niewłaściwie przyjęte parametry procedur obliczeniowych mogą powodować znaczne odchyłki rezultatów obliczeń od wykonanych w sposób eliminujący te błędy. Opisany w skrócie procesem będziemy nazywali **procesem walidacji procedury obliczeniowej**.

W niektórych przypadkach może się okazać, że dobre przybliżenie rzeczywistości uzyskamy tylko wtedy, gdy rozwiążemy najpierw zagadnienie odwrotne polegające na doborze (estymacji) parametrów obszaru w taki sposób, aby uzyskane wyniki obliczeń najlepiej wpisywały się w znane rozkłady przestrzenne określonych funkcji wynikające z pomiarów w terenie. Stosowane są w tym przypadku różnego rodzaju programy numeryczne wykorzystujące mechanizmy aproksymacji funkcji, w tym najczęściej metodą najmniejszych kwadratów. Proces taki określamy często mianem **kalibracji modelu obliczeniowego**. Stosowana metodyka kalibracji modelu może być użyteczna w metodach budowy modelu stochastycznego przepływu, gdy taki model jest podstawą naszych rozwiązań inżynierskich.

Właściwie przeprowadzona kalibracja modelu wymaga:

- Pewności, że dobrze dobrano właściwy model matematyczny do obserwowanego procesu fizycznego
- Znajomości warunków brzegowych dla granic rozpatrywanego obszaru
- Wyników pomiarów obserwowanych wielkości fizycznych

W wyniku obliczeń polegających na poszukiwaniu takich parametrów modelu, aby obliczenia wpisały się w sposób optymalny w wyniki badań in situ daje nam wysoki poziom prawdopodobieństwa, ze uzyskaliśmy zgodny z rzeczywistością rozkład badanego, lub badanych parametrów efektywnych modelu. Proces kalibracji modelu może być oparty na mechanizmach poszukiwania parametrów efektywnych ośrodka stochastycznego. Proces estymacji parametrów efektywnych modelu może w zależności od przyjętych dróg estymacji określić „najlepsze" lub „optymalne" wielkości tych parametrów. Często proces estymacji powinien być przeprowadzony kilkakrotnie, aby uzyskany rozkład przestrzenny parametrów modelu najlepiej odpowiadał rzeczywistości.

W szczególnych przypadkach punktem wyjścia do przeprowadzenia kalibracji modelu jest rozkład parametrów uzyskany na podstawie interpolacji tych parametrów przy wykorzystaniu metod statystycznych np. metody krigingu. Uzyskany na podstawie danych z odwiertów i badań laboratoryjnych rozkład parametrów po dokonaniu obliczeń metodami interpolacji zbiór wielkości parametrów efektywnych jest następnie wprowadzony do modelu jako zbiór wartości początkowych dla procesu iteracyjnego wynikającego z rozwiązywania zagadnienia odwrotnego.

Obecnie budowane modele procesów geotechnicznych i hydrogeologicznych wymagają budowy określonych baz danych zawierających informacje o budowie górotworu, jego geometrii i topologii, własnościach parametrów efektywnych modeli reologicznych opisujących procesy zachodzące w górotworze oraz metody obliczeniowe pozwalające na symulację określonych procesów zachodzących w jego obszarze. Dziedziną wiedzy, obecnie dynamicznie się rozwijającą, która pozwala na wykorzystanie informatyki w zakresie budowy baz danych geoprzestrzennych jest geomatyka. Najczęściej spotykanymi obecnie bazami danych stosowanymi w geologii i hydrogeologii są relacyjne bazy danych umożliwiające przechowywanie informacji w tabelach z możliwością tworzenia odpowiednich relacji pomiędzy poszczególnymi tablicami. Technika informatyczna oparta na budowie relacyjnych baz danych rozwinęła się w latach 80 i 90-tych poprzedniego stulecia. Technika ta posiada wiele zalet. Jest łatwa do zrozumienia i stosowania dzięki rozbudowanemu językowi zapytań SQL. Wadą tej metody jest przechowywanie danych dotyczących modelu geoprzestrzennego obszaru oddzielnie od metod symulacji procesów fizycznych zachodzących w zakresie określonego obszaru. Dlatego dane dotyczące modelu znajdują się gdzie indziej niż model obliczeniowy pozwalający na przeprowadzenie symulacji określonego procesu fizycznego. Z tego względu można określić taki mechanizm nazwą modelu hybrydowego.

1.4 Literatura do rozdziału 1

AURIAULT J.L. (1973)

Contribution a l'etude de la consolidation des sols, These presentee a l'Universite Scientifique et medicale de Grenoble pour obtenir le grade de docteur en sciences mathematiques,1973

AURIAULT J.-L., SANCHEZ - PALENCIA E. (1977)

Etude du comportement macroscopique d'un milieu poreux saturé déformable *, J. de Mécanique,* 16, 4, s. 575 - 603.

AURIAULT J.-L. (1980)

Dynamic Behaviour of a Porous Medium Saturated by a Newtonian Fluid. *Int. J. Engng. Sc.*, vol. 18, s. 775 -785.

AURIAULT J.-L., BAUER J., STRZELECKI T. (1981)

Consolidation sous électro-osmose d'un échantillon oedometrique. Détermination des constantes caractéristiques, *Studia Geotechnica et Mechanica, vol*. 3, s. 3-24.

AURIAULT J.-L.., STRZELECKI T., (1981)
On the Electro-Osmotic Flow in a Saturated Porous Medium, *Int. J. Engng. Sci.* Vol. 19.

AURIAULT J.-L. (1983)a
Effective Macroscopic Description for Head Conduction in Periodic Composites , *J. Heat Mass Transfer, 26,6*, strony 861 -869.

AURIAULT J.-L. (1983)b
Homogenization : Appliciation to Porous Saturated Media dans Two Phase Medium Mechanics, *Summer School, Gdańsk, 5 - 9 września 1983, Publikacje Politechniki Gdańskiej*, s.1 - 56.

AURIAULT J.-L., BORNE L., CHAMBON R., (1985)
Dynamics of Porous Saturated Media. Checking of the Generalized Law of Darcy, *J.A.S.A.,* 77, s. 1641 - 1650.

AURIAULT J.-L. (1986)
Mécanique des Milieux Poreux Saturés Déformables, *Cours de 3 čme cycle MMGE Grenoble*, s. 1 - 71.

AURIAULT J.-L. (1987)a
Non Saturated Deformable Porous Media : Quasi-Statics, *Transport in Porous Media,* 2, 1, s. 45 - 64.

AURIAULT J.-L. (1987)b
Comportement des milieux poreux saturés, dans Manuel de Rhéologie des Géomatériaux, *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, s*. 299 - 315.

AURIAULT J.-L., BONNET G., LEBAIGUE O. (1989)
Dynamics of Two Immiscible Fluids Flowing through Deformable Porous Media, *Transport in Porous Media*, 4, s. 105 -128.

AURIAULT J.-L., CAILLERIE D. (1989)
Quelques remarques sur les methodes d'homogeneisation., *Rev. Tranc. Geot*., No 49, 43-50

AURIAULT J.-L., STRZELECKI T., BAUER J., HE S. (1990)
Porous Deformable Media Saturated by a Very Compressible Fluid, *Eur. J. Mech. A/Solid*, 9, 4, s. 373 - 392.

AURIAULT J.-L. (1990)
Behaviour of Porous Saturated Deformable Media in „Geomaterials *: Constitutive Equations and Modelling"* ed. DARVE F., Elsevier Applied Science, London, chap. 14, s. 311 - 328.

AURIAULT J.-L. (1991)
Heterogeneous Medium. Is an Equivalent Macroscopic Description Possible?, *Int. J. Engng. Sci*., 29, 7, s. 785 - 795.

AURIAULT J.-L., BOUTIN C. (1992)
Deformable Porous Media with Double Porosity. Quasi - Statics: I Coupling Effects, *T.I.P.M., 7,* s. 63 - 82.

.AURIAULT J.-L., BOUTIN C. (1993)
Deformable Porous Media with Double Porosity. Quasi - Static : II Memory Effects, *T.I.P.M., 10,* s.153 - 169.

AURIAULT J.-L., BOUTIN C. (1994)
Deformable Porous Media with Double Porosity. Quasi - Static : III Acoustics, *T.I.P.M.*

AURIAULT J.-L., ROYER P. (1993)a
Double Conductivity Media : a Comparison Between Phenomenological and Homogenization *Approaches, Int. J. Heat & Mass Transfer*, 36, 10, s. 2613 - 2621.

AURIAULT J.-L., ROYER P. (1993)b
Ecoulement d'un fluide trés compressible dans un milieux poreux á double porosité, CRAS, T. 317, Série II, 4, s. 431 - 436.

AURIAULT J.-L. (1994)
Mecanique des milieux heterogenes, L.N.P.G.-U.J.F.,Grenoble

BAUER J., GERGOWICZ Z., (1986)
Próba skonstruowania teoretycznego modelu węgli wyrzutowych, Raport Serii SPR Nr. 388, Instytut Geotechniki Politechniki Wrocławskiej.

BAUER J., ŁYDŻBA D. (1994)
Model of Gas-Coal Medium with a Sorption Phenomenon, *Transp. in Porous Media*, vol. 14, nr. 3, s. 207-217.

BAUER J., (1996)
Application of Direct Homogenization and Homogenization Theory to Dynamic Problems, *Studia Geotechnica et Mechanica.*

BOUTIN C., AURIAULT J.-L. (1990)
Dynamic Behaviour of Porous Media Saturated by a Viscoelastic Fluid. Application to Bituminous Concretes, *Int. J. Engng. Sc.,* 28, 11, s. 1157 - 1181.

BOUTIN C., AURIAULT J.-L. (1993)
Acoustics of Newtonian Fluid with Large Bubble Concentration, *Eur. J. of Mechanics, B/Fluids*,

KRÖNER E. (1972)
Statistical Continuum Mechanics, Springer Verlag, WIEN.

KRÖNER E. (1980)
Effective Elastic Moduli of Periodic and Random Media : a Unification:, *Mechanics Research Communications*, 7, 5, strony 323 - 327.

KRÖNER E. (1986)
Statistical Modeling, w "*Modeling Small Deformations of Polycrystal*", chap. 8, J. GITTUS, J. ZARKA ed., Elsevier Appl Sci. Publ., London.

ŁYDŻBA D. (1993)
Gas Flow through Porous Media: Influence of Microporous Structure, w 4eme Colloque Franco-Polonais, LGENSG, LMTE MN., Nancy, strony 13-22.

ŁYDŻBA D. (2002)
Zastosowanie metody asymptotycznej homogenizacji w mechanice gruntów i skał, (Rozprawa habilitacyjna), Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.

ŁYDŻBA D., RÓŻAŃSKI A., (2006)
Beton i proces jego ługowania: materiał z ewolucją mikrostruktury, *Geotechnika i Budownictwo Specjalne*, ZSMGiG, Nr XXIX, str. 301-313

MEI C.C., AURIAULT J. L. (1989)
Mechanics of Heterogeneous Porous Media with Several Spatial Scales, *Proc. R. Soc. Lond.,* A 426, strony 391 - 424.

MEI C.C., AURIAULT J. L. (1991)
The Effect of Weak Inertia on the Flow Through a Porous Medium, *J. Fluid. Mech.,* 222, 647-663

PUŁA W. (1987)

Statistical distributions of soil properties for the investigation of the reliability of geotechnical structures, *Proceedings of the 1st Conf. on Mech.,* Praha, Vol.6, s. 134-137

PUŁA W. (2004)

Zastosowanie teorii niezawodności konstrukcji do oceny bezpieczeństwa fundamentów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, (dysertacja habilitacyjna), Wrocław

ROYER P., AURIAULT J. -L. (1992)

Ecoulement d'un fluide trés compressible dans un milieu poreux rigide á double porosité:, *Studia Geotechnica et Mechanica,* XIII, 1 - 2, strony 65 - 77.

ROYER P., AURIAULT J. -L. (1994)

Transient Quasi - Static Gas Flow Through a Rigid Porous Medium with Double Porosity, *Transp Porous Med* (1994) 17: 33.

SANCHEZ - PALENCIA E. (1974)

Comportement local et macroscopique d'un type de milieux physiques hétérogénes:*, Int. J. Engng. Sc*. 12, strony 331 - 351.

SANCHEZ - PALENCIA E. (1980)

Non - Homogeneous Media and Vibration Theory, Lecture Notes in Phisics, 127, Springer - Verlag Berlin.

SANCHEZ - PALENCIA E. (1985)

Current Problems in High Concentration Suspensions, *J. de Mecanique Th. et Appl.,* nr specialny, strony 21 - 51.

SANCHEZ - PALENCIA E. (1987)

Boundary Layers and Edge Effects in Composites, w Lectures Notes in Physics 272 "*Homogenization Technics for Composite Media* ", Springer - Verlag, strony 122 - 192.

STRZELECKI T., (1982)

„*Elektrokinetyczna konsolidacja gruntu*", Praca habilitacyjna, Prace Naukowe Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej.

STRZELECKI T. (1991)

Przepływ ustalony cieczy ściśliwej przez nieodkształcalny ośrodek porowaty, *Współczesne problemy hydrauliki wód śródlądowych. ;I Ogólnopolska Szkoła Hydrauliki. Materiały szkoły.* PAN IBW w Gdańsku. Kraków, 23-27 września 1991.

STRZELECKI T. (1992)

Filtracja cieczy ściśliwej. ,Problemy hydrogeologiczne południowo-zachodniej Polski. Zakład Geologii Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Pwroc. Zakład Hydrogeologii Instytutu Nauk Geologicznych Uniw. Wroc., Zakład Budownictwa i Wód Podziemnych Instytutu Budownictwa Wodnego i Ziemnego AR we Wrocławiu. Pokrzywna, 10-12 września 1992. Wrocław: Oficyna Wydaw. Sudety

STRZELECKI T., BAUER J., AURIAULT J.L. (1993)

Constitutive Equation of a Gas-Filled Two-Phase Medium, *Transport in porous media* 10,

STRZELECKI T.(1996)

Proces przepływu filtracyjnego przez ośrodki niejednorodne, DWE Wrocław,

STRZELECKI T. (red.) , AURIAULT J.L., BAUER J., KOSTECKI S., PUŁA W. (1996)

Mechanika ośrodków niejednorodnych, *Teoria homogenizacji*. Wydawnictwo DWE Wrocław,

STRZELECKI T. (2006)

Równania termokonsolidacji gruntów i skał.,Wydawnictwo katedry Geomechaniki, Budownictwa i Geotechniki pod red.Danuty Flisiak i Marka Cały *pt. Geotechnika i Budownictwo Specjalne, Kraków -Krynica*

STRZELECKI T., K KOSTECKI S.W. (2006) a

Analiza rozwiązania analitycznego przepływu przez groblę ziemną., *Sympozjum Hydrotechnika VIII'2005,* Wydwn. Ślaska Rada Naczelnej organizacji Technicznej FSNT w Katowcach, Ustroń 9-11 maja 2006 r.

STRZELECKI T., KOSTECKI S.W. (2006) b

Wykorzystanie technik teorii homogenizacji w projektowaniu geotekstyliów., *Materiały konferencji Naukowo-technicznej „Geosyntetyki i tworzywa sztuczne w Geotechnice i Budownictwie inżynieryjnym", Częstochowa 11-13 maj 2006*, Wydaw.; Częstochowskie Wydawnictwo Archidiecezjalne Regina Poloniae,

ZAOUI A.(1987)

Approximate Statistical Modelling and Applications, dans Lecture Notes in Physics nr 272 "*Homogenizations Techniqes for Composite Media*", Springer-Verlag Berlin, strony 338 - 397.

Programy komputerowe

FLAC (1998)

Version 4.00, Itasca Consulting group Inc., 2000, Minneapolis, Minnesota, USA

FLEX PDE 5, (2006)

v5.0.7, "FlexPDE Reference", http://www.pdesolutions.com

MATHEMATICA 5 (2003)

Version 5.0.0.0, Wolfram research Inc., http://www.wolfram.com

MATLAB (2001)

Version 6.1.0.450, The MathWrks, Inc.

Z.SOIL (1998)

v.4.2 2D & AXISYMMETRY.